EKSAMENSOPPGAVE

Institutt:	**IKBM**	
Eksamen i:	**STAT100** *emnekode*	**Statistikk** *emnenavn*
Tid:	Tirsdag 13.12 2016 *ukedag og dato*	09.00 – 12.30 (3.5 timer) *kl. fra – til og antall timer*
Emneansvarlig:	Solve Sæbø *Navn*	

Tillatte hjelpemidler:

C3: alle typer kalkulatorer, alle andre hjelpemidler

Oppgaveteksten er på: 9 *antall sider inkl. vedlegg*

Eksamensoppgavene evalueres slik:
Del A: Teller 50 %. Alle flervalgsoppgaver teller likt.
Del B Oppgave 1: Teller 25%
Del B Oppgave 2: Teller 25%. Alle deloppgaver teller likt.

Merk:
Vedlegg 2: Svar-ark for Del A - fylles ut og leveres inn sammen med besvarelsen for Del B

Del A – Flervalgsoppgaver

Krystallsyken (Oppgaver 1 – 4)
Krystallsyken er en sykdom som gir svimmelhet i visse situasjoner og som skyldes at partikler («krystaller») forviller seg inn i en av buegangene i balanseorganet i det indre øret. Tilstanden kan behandles ved hjelp av en spesiell manøver hvor pasienten beveges etter et visst mønster for å få partiklene til å gli ut igjen. Behandlingen er ganske effektiv og 80% av pasientene blir friske etter én behandling. Anta at et behandlingssenter får inn 10 pasienter med krystallsyken i desember 2016. La X være antall av disse som blir friske etter én behandling.

Oppgave 1
Hvilken sannsynlighetsfordeling er det rimelig å anta for X?
a) N(5, 0.8) b) F-fordelt c) B(10, 0.8) d) N(8, 0.32) e) B(8, 0.32)

Oppgave 2
Hva er forventningen til X?
a) 10 b) 4 c) 5 d) 8 e) $\bar{X}$

Oppgave 3
Hva er sannsynligheten for at minst 9 blir friske etter én behandling?
a) 0.376 b) 0.268 c) 0.321 d) 0.893 e) 0.624

Oppgave 4
Hvis en pasient ikke blir frisk etter én behandling, prøver man samme behandling igjen. Sannsynligheten for at en pasient, som ikke ble frisk i første forsøk, faktisk blir frisk i andre forsøk, er lik 0.5. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig pasient *ikke blir frisk* selv etter to behandlinger?
a) 0.4 b) 0.1 c) 0.6 d) 0.9 e) 0.05

Boligpriser (Oppgaver 5 - 9)
Etter at Donald Trump vant presidentvalget i USA i november 2016, ble det spekulert i om dette ville ha noen innvirkning på boligprisene her i Norge. I en undersøkelse ble 200 tilfeldige personer spurt om de tror boligprisene vil stige i de neste 6 månedene etter valget. Av disse trodde 122 at prisene vil stige. La p være sannsynligheten for at en tilfeldig person tror at boligprisene vil stige.

Oppgave 5
Hva blir det vanlige normal-tilnærmede 90% konfidensintervallet for p?
a) $[0.566, 0.654]$ b) $[0.553, 0.667]$ c) $[0.577, 0.643]$ d) $[0.443, 0.557]$ e) $[0.542, 0.678]$

Oppgave 6
Hvordan kan vi tolke et slikt konfidensintervall som vi fant i forrige oppgave?
a) Det er 90% sjanse for at vårt estimat av p ligger inne i intervallet
b) Det er 90% sjanse for at intervallet dekker den ukjente verdien av p
c) Det er 90% sjanse for at boligprisene stiger hvis 0.5 ikke er med i intervallet
d) Det er 90% sjanse for at forventet antall mennesker, som tror prisene vil gå opp, ligger i intervallet
e) Intervallet er umulig å tolke så lenge p er ukjent.

Oppgave 7
Hvis du vil bruke konfidensintervallet du fant i oppgave 5 til å teste om du kan påstå at p er forskjellig fra en gitt verdi p_0, hva blir testnivået til denne testen?
a) 10% b) 5% c) 1% d) 20% e) 2.5%

Oppgave 8
Du vil på basis av resultatene i undersøkelsen gjøre en hypotesetest for å teste om det er et flertall som tror at boligprisene vil gå opp. Hva blir riktige hypoteser for en slik test?
a) $H_0 : p = 0.05$ mot $H_1 : p < 0.05$
b) $H_0 : p = 0.61$ mot $H_1 : p > 0.61$
c) $H_0 : p = 0.5$ mot $H_1 : p < 0.5$
d) $H_0 : p = 0.5$ mot $H_1 : p > 0.5$
e) $H_0 : p = 0.61$ mot $H_1 : p \neq 0.61$

Oppgave 9
Anta at du vil gjøre en ny undersøkelse (hvor du bruker estimatet 0.6 for *p*) der du vil lage et 90% konfidensintervall for den ukjente *p* med maksimal bredde på 0.04, hvor mange personer må du da minst spørre?
a) 983 b) 1044 c) 1624 d) 2305 e) 1877

Diverse oppgaver fra sannsynlighetsregning (Oppgaver 10 - 12)
I de følgende tre oppgaver skal vi anta at en tilfeldig variabel *X* har sannsynlighetsfordeling:

x_i	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0.2	0.2	0.3	0.2	0.1

Oppgave 10
Hva er $E(X)$?
a) 1 b) 2.5 c) 3.1 d) 2.7 e) 2.8

Oppgave 11
Hva er $P(2 < X < 5)$?
a) 0.8 b) 0.7 c) 0.3 d) 0.5 e) 0.4

Oppgave 12
Hva er $P(X > 3|X > 1)$?
a) 0.375 b) 0.245 c) 1.50 d) 0.455 e) 0.445

Midtvegsevaluering i STAT100 2016 (Oppgaver 13 – 16)
Høsten 2016 ble det utført en kursevaluering midtveis i STAT100. Formålet var å se på hvordan det nye opplegget med «flipped classroom»-undervisning og kollokviegrupper fungerte. Ett av spørsmålene var:

«Hvordan fungerer gruppa sosialt? Svar med en score fra 1 (veldig dårlig) til 5 (veldig godt)»

Fra et nevropsykologisk synspunkt er det forventet at jenter og gutter vil kunne ha ulik oppfatning om dette, og man ønsket derfor å teste om det faktisk er en sammenheng mellom kjønn og poengscore på dette spørsmålet. Antall svar på ulike scorer fordelt på kjønn er gitt i tabellen nedenfor, samt rad og kolonnesummer og totalantall. (Antall svar for scorer 1, 2 og 3 er slått sammen.)

	1-3	4	5	Sum
Jenter	15	33	53	*101*
Gutter	14	13	14	*41*
Sum	*29*	*46*	*67*	*142*

En analyse i R Commander gav bl.a følgende utskrift (noen tall som det spørres etter er utelatt og erstattet med «?», mens andre tall er skjult):

```
                    X^2 df P(> X^2)
Likelihood Ratio 7.0585  ? skjult
Pearson          7.4008  ? skjult

Expected counts:
        <=3        4        5
K 20.626761 32.71831 47.65493
M  8.373239 13.28169        ?

Chi-square components:
   <=3    4    5
K    ?  skjult 0.60
M 3.78   0.01  1.48
```

Oppgave 13
Hva er forventet antall gutter som gir score 5 dersom en nullhypotese om at kjønn og poengscore er uavhengige er sann?
a) 21.65 b) 15.23 c) 19.35 d) 17.56 e) 27.52

Oppgave 14
Hvor mange frihetsgrader har testobservatoren Q som benyttes til å teste om det er uavhengighet mellom kjønn og poengscore?
a) 6 b) 4 c) 5 d) 1 e) 2

Oppgave 15
Hva er det minste testnivået blant alternativene som gir forkastning av en slik nullhypotese?
a) 0.1 b) 0.05 c) 0.025 d) 0.01 e) 0.005

Oppgave 16
Hva er bidraget til testobservatoren Q fra kombinasjonen «jenter» og score «1-3»?
a) 2.01 b) 1.53 c) -1.32 d) 0.27 e) 0.074

Måling av kroppstemperatur (Oppgaver 17 - 20)
Vi kan måle kroppstemperatur (feber) på ulike måter, noen er sikrere enn andre. Anta at vi har to måter å måle feber på representert med de tilfeldige variablene $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y)$ og $X \sim N(\mu_x, \sigma_x)$. Videre lar vi korrelasjonen mellom Y og X være lik den foreløpig ukjente parameteren ρ.

Oppgave 17
En sykepleier vil bruke begge målemetoder på et utvalg av *n*=10 pasienter for å teste om de to målemetodene har forskjellig forventning. Hun finner ut at hvis hun ser på $D = Y - X$ i utvalget, så blir $\bar{d} = 0.89$ og $s_d = 0.46$. Hva blir verdien av den t-fordelte testobservatoren for å teste om de to målemetodene har forskjellig forventning?
a) 5.29 b) 1.28 c) 6.12 d) 1.93 e) 5.80

Oppgave 18
Sykepleieren oppdager så at produsentene av måleapparatene har oppgitt kjente (sanne) standardavvik for begge målemetoder hhv lik $\sigma_y = 0.9$ og $\sigma_x = 0.8$ (basert på testing på svært mange pasienter). Dermed kan hun *regne ut* og bruke det sanne standardavviket σ_d til $D = Y - X$ i stedet for sitt eget utvalgsstandardavvik s_d i hypotesetesten sin. For enkelhets skyld antar hun at X og Yer uavhengige variabler (dvs $\rho = 0$). Hva blir da standardavviket σ_d til D?
a) 1.20 b) 0.10 c) 1.7 d) 0.85 e) 1.13

Oppgave 19
Hvis hun finner den sanne σ_d og bruker denne i stedet for s_d i testobservatoren sin i hypotesetesten som er beskrevet i oppgave 17, hvilken fordeling får testobservatoren da?
a) t-fordelt med 9 frihetsgrader
b) t-fordelt med 3 frihetsgrader
c) kji-kvadratfordelt med 9 frihetsgrader
d) standard normalfordelt
e) t-fordelt med 18 frihetsgrader

Oppgave 20
Den sanne korrelasjonen mellom metodene er faktisk ikke 0, men lik $\rho = 0.83$. Hva blir da σ_d?
a) 0.85 b) 0.50 c) 0.04 d) 0.87 e) 0.63

Del B – Tekstoppgaver

Oppgave 1

Det er antatt at pH-nivået i egg øker jo lenger de lagres, men pH kan også avhenge av hvordan egg vaskes. Fra en masteroppgave ved NMBU har vi lånt *N*=32 observasjoner fordelt på *k*=4 grupper definert av en kombinasjon av lagringstid (K=Kort, L=Lang) og vaskevannstemperatur (K=Kaldt, V=Varmt) som gav de fire «TidTemp-gruppene» KK, KV, LK og LV med 8 observasjoner i hver gruppe. For eksempel betyr «KK» at egget er lagret i kort tid og ble vasket med kaldt vann. Formålet med studien var å sammenlikne eggets pH-nivå (Y) i de fire gruppene for å se om det var noen forskjeller i forventet pH. Ulike utskrifter fra en analyse gjort i R Commander (Tabell 1) samt et residualplott (Figur 1) er gitt i Vedlegg 1. Bruk utskriften i den grad det er mulig og nødvendig.

Skriv en kort rapport (max 2 sider) der du beskriver resultatene fra analysen. Rapporten skal gi informasjon om modellantagelser, parametre, estimater, modellvurdering (hvor god modelltilpasningen er og om modellantagelser oppfylt), hypotesetest(er) og resultattolkninger.

Oppgave 2

I en studie av øretermometere fant man ut at sammenhengen mellom kroppens sentraltemperatur (Y) og målingene fra et øretermometer (X) kunne beskrives ved regresjonsligningen

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \text{ der } \epsilon_i \sim N(0, \sigma) \quad \text{for } i = 1, \ldots, 237$$

Tabell 2 i vedlegg 1 viser resultater fra en regresjonsanalyse gjort på målinger av *N*=237 intensivpasienter, der det var mulig å gjøre en nøyaktig måling av sentraltemperaturen. Ekstraopplysninger om dataene: Gjennomsnitt og standardavvik (i ºC) var:

$\bar{x} = 37.11$, $s_x = 0.83$

$\bar{y} = 37.89$, $s_y = 0.92$

a) Skriv opp de tre ukjente modellparametrene og finn estimatene for disse. Gi en tolkning av de estimerte parametrene i lys av problemstillingen som studeres.
b) Finn og tolk R^2
c) Finn et 95% prediksjonsintervall for sentraltemperaturen når øretermometeret viser 38 grader. Hvordan tolker vi et slikt intervall?
d) Hvorfor er det interessant å teste både om $\alpha \neq 0$ og $\beta \neq 1$? Utfør begge testene med testnivå 5%. Kommentér resultatet.

Emneansvarlig: Solve Sæbø

Sensor: Torfinn Torp

Vedlegg 1

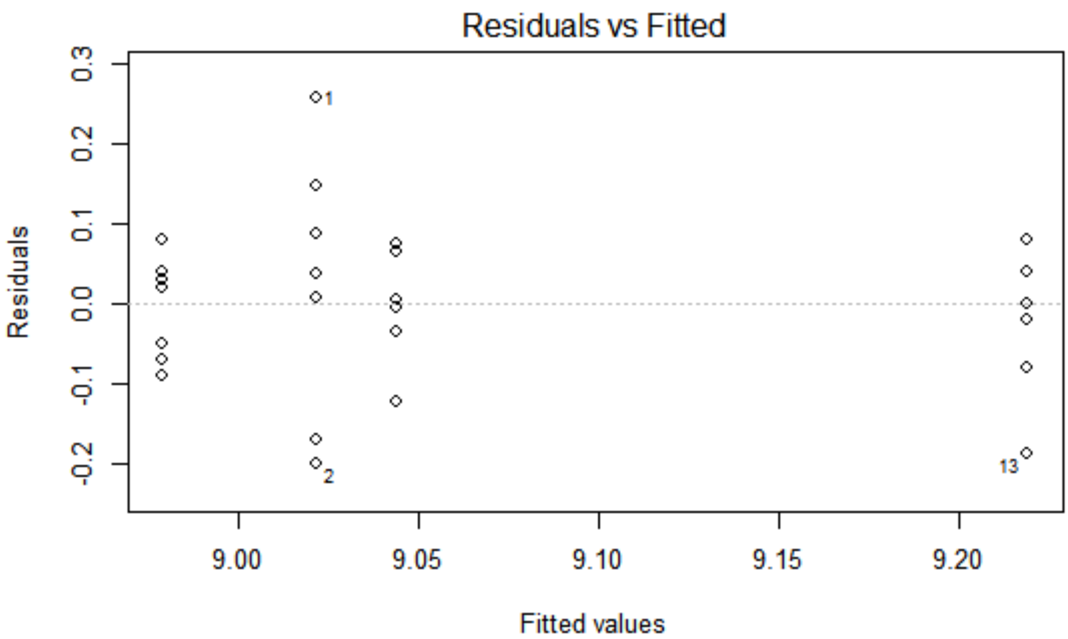
Tabell 1: R Commander utskrift til Del B, Oppgave 1

```
      mean          sd      n
KK 9.02125 0.16805080      8
KV 8.97875 0.06057758      8
LK 9.04375 0.06186102      8
LV 9.21875 0.09538456      8

Anova Table
           Sum Sq Df F value    Pr(>F)
TidTemp   0.26754  3  7.9561 0.0005446 ***
Residuals 0.31385 28


fit.contrast(model=AnovaModel, varname='TidTemp', df=TRUE,
coeff=c(0.5, 0.5, -0.5, -0.5), conf.int=0.95)
         Estimate Std. Error   t value    Pr(>|t|)  DF lower CI    upper CI
TidTemp  -0.13125 0.03743149 -3.506406  0.001550419 28 -0.2079249 -0.05457508

fit.contrast(model=AnovaModel, varname='TidTemp', df=TRUE,
coeff=c(0.5, -0.5, 0.5, -0.5), conf.int=0.95)
         Estimate Std. Error   t value   Pr(>|t|)  DF lower CI   upper CI
TidTemp  -0.06625 0.03743149  -1.7699   0.08763408 28 -0.1429249 0.01042492
```



Figur 1: Residualplott for Del B, Oppgave 1.

Tabell 2: Regresjonsanalyse for Del B, Oppgave 2 (Ett tall er erstattet med «?»)

```
LinearModel <- lm(Sentral ~ Øre, data=Temp)

Call:
lm(formula = Sentral ~ Øre, data = Temp)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-1.25600 -0.31566 -0.05978  0.28854  1.60031 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  3.74544    1.51257   2.476    0.014 *  
Øre          0.92017    0.04075  22.580   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

s: 0.5172 on 235 degrees of freedom
Multiple R-squared: ?
F-statistic: 509.9 on 1 and 235 DF,  p-value: < 2.2e-16



Anova Table

Response: Sentral
            Sum Sq  Df  F value  Pr(>F)    
Øre        136.394   1 509.8554 < 2e-16 ***
Residuals   62.866 235
```

Vedlegg 2 – Svar-ark for Del A

Riv ut arket og levere dette sammen med besvarelsen.
Sett ett kryss i hver rad under det svaralternativet du velger for den aktuelle oppgaven

Oppgave	a)	b)	c)	d)	e)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					