Løsningsforslag #13

1) $H_0: \mu = 4.5 \quad H_1: \mu > 4.5$

$$T = \frac{\bar{x} - 4.5}{s/\sqrt{n}} = \frac{4.76 - 4.5}{0.44/\sqrt{10}} = \underline{1.87}$$

2) Én utvalgs test $\Rightarrow$ T har $n-1 = 10-1 = \underline{\underline{9}}$ f.gr.

3) 95% KI for μ

$$\left[\hat{\mu} \pm t_{0.025,31} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$
$$= \left[4.7 \pm 2.042 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{32}}\right]$$
$$= [4.56 \ , \ 4.84]$$

Bonden kan slakte siden nedre grense er større enn 4.5

4) Antar $D_i \sim N(\mu_D, \sigma_D)$ for $i = 1 \ldots 8$

$$T = \frac{\bar{D} - 0}{s_D/\sqrt{n}} = \frac{0.82}{0.51/\sqrt{8}} = \underline{\underline{4.55}}$$

5) $H_0: \mu_D = 0.5$ mot $H_1: \mu_D > 0.5$

$$T = \frac{0.82 - 0.5}{0.51/\sqrt{8}} = \underline{\underline{1.77}}$$

6) $$s_p^2 = \frac{(6-1) \cdot 20.9^2 + (6-1) \cdot 15.38^2}{6+6-2} = 336.6772$$

$$s_p = \sqrt{336.6772} \approx \underline{18.35}$$

7) s_p har $6+6-2 = 10$ frihetsgrader.

8) $H_0: \mu_2 - \mu_3 = 0$ mot $H_1: \mu_2 - \mu_3 \neq 0$

Estimeres med $\widehat{\mu_2 - \mu_3} = \bar{y}_2 - \bar{y}_3 = 166.67 - 183.33$
$= -16.66$

$$T = \frac{-16.66 - 0}{26.9\sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}}} = -1.38$$

(Ekstra: Denne ville ha 5 frihetsgrader siden $\hat{\sigma} = S_2$ har $6-1=5$ frihetsgrader)

9) SSG har $k-1$ frihetsgrader der k er antall grupper. Her $k=4$ så da blir det $4-1=\underline{\underline{3}}$

10) SS_E har $N-k$ frihetsgrader der $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$
$= 4+6+6+4 = 20$ observasjoner.

Da vil SS_E ha $20-4 = \underline{\underline{16}}$ frihetsgrader

11) $\hat{\sigma} = \sqrt{MS_E} = \sqrt{475.65} = \underline{\underline{21.8}}$

12) $\hat{\theta} = \hat{\mu}_4 - \hat{\mu}_3 = \bar{y}_4 - \bar{y}_3 = 157.5 - 183.33 = \underline{\underline{-25.83}}$

13) $SE(\hat{\theta}) = \sqrt{MSE\left(\sum \frac{c_i^2}{n_i}\right)} = \sqrt{475.65 \cdot \left(\frac{0^2}{4} + \frac{0^2}{6} + \frac{(-1)^2}{6} + \frac{1^2}{4}\right)}$

$= \underline{\underline{14.08}}$

14) Fra tabell D.5 for t-fordelingen leser vi ut fra rad 16 følgende t_α-verdier:

α	0.25	0.1	~~0.075~~	0.05	0.025	0.01
$t_{\alpha,16}$	0.69	1.337		1.746	2.120	2.583

Setter vi minus foran får vi tabellverdier i nedre hale. Da ser vi at observert verdi på -1.84 ligger mellom $-t_{0.025}$ og $-t_{0.05}$.

Da må p-verdien ligge mellom $\underline{0.025 \text{ og } 0.05}$.

15) $R^2 = \frac{SS_G}{SS_T} = \frac{SS_G}{SS_G + SS_E} = \underline{\underline{0{,}42}}$

16) Siden R^2 forklarer andel variasjon forklart ved gruppevariabelen R^2 må $1-R^2$ være andel av total variasjon som må skyldes andre faktorer enn avstand mellom trærne. Alt. b) er riktig.

17) Q har $(r-1)(k-1) = (3-1)(3-1) = 4$ frihetsgrader.

18) Skal finne $E_{32} = \frac{R_3 \cdot K_2}{n} = \frac{52 \cdot 51}{113} = \underline{\underline{23.5}}$

19) $q_{13} = \frac{(X_{13} - E_{13})^2}{E_{13}} = \frac{(2-3.91)^2}{3.91} = \underline{\underline{0.93}}$

20) Ny tabell:

		B			
		Liten	Middels	Stor	
A	Dyr/Blandet	18	36	7	61
	Plantedyrk.	27	15	10	52
		45	51	17	113

$$\hat{p}_{13} = \hat{P}(A_1 \cap B_3) \underset{\text{under } H_0}{=} \hat{P}(A_1) \cdot \hat{P}(B_3) = \frac{61}{113} \cdot \frac{17}{113} = \underline{\underline{0.08}}$$

21) Residualplottet viser at sammenhengen mellom x og y ikke er lineær. Alt. d) er korrekt.

22) $R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = \frac{SS_R}{SS_R + SS_E} = \frac{5590.1}{5590.1 + 291.3} = \underline{\underline{0{,}95}}$

23) Alt. c) er korrekt

24) $H_0: \beta = 0$ mot $\beta \neq 0$

$$T = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})} = \frac{68.022}{4.15} = \underline{\underline{16.39}}$$

25) 99% KI for β.

$\alpha = 0.01 \quad \frac{\alpha}{2} = 0.005 \quad t_{0.005, 14} = 2.977$

$$[\hat{\beta} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, 14} \cdot SE(\hat{\beta})]$$

$$= [68.022 \pm 2.977 \cdot 4.15] = \underline{[55.67, 80.38]}$$

26) Alt. d) er korrekt

27) $\hat{y}|x=\frac{1}{4} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot \frac{1}{4} = 68.203 + 68.022 \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{85.2}}$

28) Et 95% PI for $y|x=1$

$$\left[\hat{y} \pm t_{0.025, 14} \cdot s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{s/SE(\hat{\beta})}\right)^2}\right]$$

$$= 136.2 \pm 2.145 \cdot 4.562\sqrt{1 + \frac{1}{16} + \left(\frac{1 - 0.34}{4.562/4.15}\right)^2}$$

$$= \underline{\underline{[124.5, 147.9]}}$$

29) Alt. c) er korrekt

30) Fikk tidligere ut at $\hat{y}|x=1$ er 136.2
For to personer vil $x = \frac{1}{2}$

$$\hat{y}|x=\frac{1}{2} = 68.203 + 68.022 \cdot \frac{1}{2} = 102.2$$

Dette gir en endring på $102.2 - 136.2 = \underline{-34.0}$

31) Estimert endring på 5 dager blir $5 \cdot \hat{\beta}$
$= 5 \cdot 0.22984 \approx \underline{\underline{1.15}}$

32) Et $(1-\alpha) \cdot 100\%$ KI for β er

$[\, 0.22984 \pm t_{\frac{\alpha}{2}, 13} \cdot 0.08292 \,]$

Oppgitt er at dette er lik

$[\, 0.051 \,,\; 0.409 \,]$

dermed må øvre og nedre grenser stemme.
Ser f.eks på øvre:

$$0.22984 + t_{\frac{\alpha}{2},13} \cdot 0.08292 = 0.41$$

$$\Updownarrow$$

$$t_{\frac{\alpha}{2},13} = \frac{0.4\cancel{09} - 0.22984}{0.08292} = 2.1\cancel{8} \approx 2.16$$

Fra t-tabell ved 13 frihetsgrader finner vi at $\frac{\alpha}{2}$ da må være lik 0.025
Da blir $\alpha = 0.05$ og vi har et $\underline{\underline{95\%\ \text{KI}}}$

33) Alt. d) er korrekt

34)
$$T = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})} = \frac{0.22984}{0.08292} = 2.772$$

p-verdien er $P(T > 2.772)$ men den kan vi ikke enkelt finne.

Derimot vet vi at p-verdien for å teste $H_0: \beta = 0$ mot $H_1: \beta \neq 0$ er på 0.0159 fra utskrift. p-verdi for ensidig test blir halvparten så stor. $0.0159/2 = \underline{\underline{0.0080}}$

35) $r = \frac{1.98}{0.85 \cdot 2.63} = \underline{\underline{0.89}}$

36) Alt. e) er korrekt alt.

37) Riktig alt er b)

$Y \sim B(100, p)$ der p : sanns for oppgitt.

38) $\hat{p} = \frac{80}{100} = 0.8$

$SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{100}} = 0.04$

Et 95% KI for p

$[\hat{p} \pm z_{0.025} \cdot SE(\hat{p})]$

$= [0.8 \pm 1.96 \cdot 0.04] = \underline{\underline{[0.72, 0.88]}}$

39) $n \geq 4 \cdot \hat{p}(1-\hat{p}) \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{L}\right)^2$

$= 4 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot \left(\frac{1.96}{0.1}\right)^2 = 245.9 \approx \underline{\underline{246}}$

40) Fra X^2 tabell med 1 frihetsgrad ser vi at X^2_α-verdiene for

$\alpha = 0.025$ er 5.02. Det ville ha gitt forkastning.

$\alpha = 0.01$ er 6.63. Det ville ikke gi —"—

Dermed er c) korrekt alt.