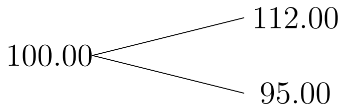
Kap 13 Opsjonsprising: Løsninger

1 Prising med arbitrasje

Oppgave 1 For å finne opsjonens verdi, bruker vi følgende fremgangsmåte:

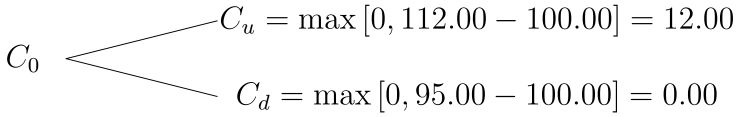
1. Definer aksjens prisprosess. Gitt dagens pris, kan aksjen ha en av to verdier neste periode, enten $S_0(1+u)$ eller $S_0(1+d)$.
2. Bestem verdien av kjøpsopsjonen ved forfall. Det vil bare være to mulige priser på kjøpsopsjonen ved forfall.
3. Sett verdien av en ukjent "likeverdig portefølje" av aksjen og lån lik med kontantstrømmen av kjøpsopsjonen. Dette gir to ligninger med to ukjente.
4. Benytt loven om en pris: Når to eiendeler har samme kontantstrømmer på et fremtidig tidspunkt, må de to eiendelene være like mye verdt i dag. Siden porteføljen og kjøpsopsjonen har samme kontantstrømmer, må de være like mye verdt.

Første steg er å bestemme aksjens prisprosess. Vi ser at aksjens pris i neste periode er enten $100.00 \cdot 1.12 = 112.00$ eller $100.00 \cdot 0.95 = 95.00$, se figur 1.



Figur 1: Aksjens prisprosess: To sluttverdier er mulige.

Neste steg er å bestemme opsjonens verdi ved forfall. Utøvelseskursen er 100.00. Da har vi altså at kjøpsopsjonen kan ha verdiene 12.00 og 0.00 ved forfall, se figur 2



Figur 2: Verdien av en kjøpsopsjon ved forfall: To sluttverdier er mulige.

I **tredje steg** skal vi altså sette sammen en portefølje som etterligner utbetalingene til opsjonen ved forfall. Portefølje som består av en andel Δ av aksjen og et kontantbeløp B. Figur 3 illustrerer.

$$\Delta S_0 + B \quad \begin{cases} \Delta S_u + (1 + r_f)\, B = 12.00 \\ \Delta S_d + (1 + r_f)\, B = 0.00 \end{cases}$$

Figur 3: Verdien av en porteføljen: To sluttverdier er mulige.

Fra figur 3 ser vi at dette tilsvarer to ligninger med to ukjente, Δ og B. Vi setter inn verdiene for aksjepriser i de to tilstandene og den risikofrie renten. De to ligningene er dermed:

$$\begin{aligned} 112.00\Delta + 1.06B &= 12.00 \\ 95.00\Delta + 1.06B &= 0 \end{aligned}$$

Fra siste ligning har vi at $B = -95.00\Delta/1.06$. Vi setter dette inn i første ligning og løser for Δ:

$$\begin{aligned} 112.00\Delta + 1.06\frac{-95.00\Delta}{1.06} &= 12.00 \\ 17.00\Delta &= 12.00 \\ \Delta &= 0.70588 \end{aligned}$$

Dermed har vi at B må være:

$$B = -\frac{95.00 \cdot 0.70588}{1.06} = -63.26$$

Vi skal altså investere i aksjen med en andel 0.70588, samtidig som vi skal ta opp et lån på 63.26.

I **fjerde steg** bruker vi innsikten om arbitrasjefri handel. Porteføljen vi nettopp har satt sammen gir samme kontantstrøm som opsjonen i periode 1. Siden de har samme verdi i periode 1, må de også ha samme verdi i periode 0. Dermed kan vi sette prisen på opsjonen ut fra de kjente verdiene til aksjen og lånet:

$$C_0 = 0.70588 \cdot 100.00 - 63.26 = 7.328$$

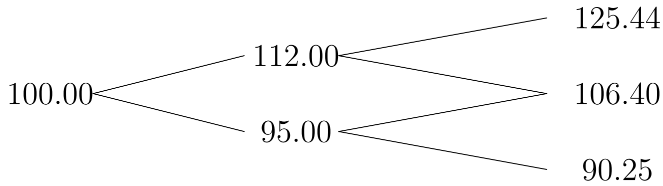
En arbitrasjefri pris på opsjonen er altså 7.328. Opsjonen er altså like mye verdt som en andel i aksjen og et lån. Dette kan tolkes som et kjøp av aksjen finansiert med lån. Opsjonen vil derfor være mer volatil enn aksjen selv. Generelt har vi altså at

$$C_0 = \Delta S_0 - B \tag{1}$$

Det viser seg at denne sammenhengen er svært nyttig også i BSM-modellen og i verdsetting av et selskaps eiendeler.

Vi har altså funnet opsjonens verdi i dag. Vi har satt sammen en portefølje som nøyaktig *replikerer*, eller avbilder, etterligner, kjøpsopsjonens kontantstrøm. Siden vi kjenner porteføljens verdi, kjenner vi også opsjonens.

Oppgave 2 Vi skal nå utvide problemet til to perioder. Ved å gå gjennom de samme fire steg som for en periode, kommer vi etter hvert frem til opsjonens pris i dag. Vi starter med prisprosessen som altså gir prisene i periode 1 og 2, se figur 4.



Figur 4: Aksjens prisprosess i to perioder: Tre sluttverdier er mulige.

Opsjonens verdi (steg 2) i de tre tilstandene vil være 25.44, 6.40 og null. Ser vi nærmere på figur 4, ser vi at vi har to binomiske utfall i annen periode. Verdsettingen av opsjonen foregår nå fra høyre til venstre. Vi verdsetter de to utfallene hver for seg til periode 1 og verdsetter deretter fra periode 1 til 0.

I det binomiske utfallet oppe til høyre har vi altså ligningene, når vi setter sammen porteføljen med aksjer og obligasjoner:

$$\begin{aligned} 125.44\Delta + 1.06B &= 25.44 \\ 106.40\Delta + 1.06B &= 6.40 \end{aligned}$$

Vi finner på vanlig måte at $\Delta = 1.00$ og $B = -94.34$. Da har vi opsjonsverdien i første periode:

$$C_u = 1.00 \cdot 112.00 - 94.34 = 17.66$$

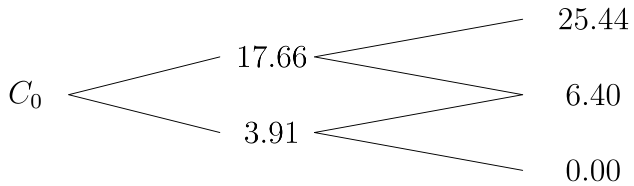
Tilsvarende har vi for det binomiske utfallet nede til venstre følgende ligninger:

$$\begin{aligned} 106.40\Delta + 1.06B &= 6.40 \\ 90.25\Delta + 1.06B &= 0.00 \end{aligned}$$

Vi finner på vanlig måte at $\Delta = 0.39625$ og $B = -33.74$. Da har vi opsjonsverdien i første periode:

$$C_d = 0.39625 \cdot 95.00 - 33.74 = 3.91$$

Vi har altså nå funnet opsjonsverdiene i første periode, se figur 5.



Figur 5: Opsjonsverdier i periode 1 og 2

Da har vi til slutt problemet fra periode 1 til periode 0:

$$112.00\Delta + 1.06B = 17.66$$
$$95.00\Delta + 1.06B = 3.91$$

Vi finner på vanlig måte at $\Delta = 0.80882$ og $B = -68.80$. Da har vi opsjonsverdien i startperioden:

$$C_0 = 0.80882 \cdot 100.00 - 68.80 = 12.08$$

Sammenlignet med opsjonsverdien i Oppgave 1, har altså verdien økt. Dette er ikke uventet; verdien av opsjonen øker med tid til forfall.

2 Risikonøytral prising

Generelt har vi at risikonøytral prising i en periode kan skrives som:

$$C_0 = \frac{1}{1+r_f}\left[qC_u + (1-q)C_d\right] \tag{2}$$

(2) er en ligning med en ukjent q. Løser vi med hensyn på denne, kan vi definere de to sannsynlighetene i tilstandene.

$$q = \frac{r_f - d}{u - d} \qquad \text{og} \qquad 1 - q = \frac{u - r_f}{u - d} \tag{3}$$

q oppfører seg så å si som en sannsynlighet. For det første har den egenskapen at $0.0 \leq q \leq 1.0$. For det andre er q en sannsynlighet i et viktig tilfelle, når investorene er risikonøytrale. Basert på (2) kan kjøpsopsjonens verdi sees på som den forventede verdien av kjøpsopsjonen ved forfall, diskontert med risikofri rente og sannsynligheten for kursøkning er gitt av q. q omdanner de to mulige utfallene for opsjonens verdi i hakeparentesen i ligning (2) til en "sikkerhetsekvivalent" kontantstrøm.

q og $1-q$ har mange navn. Vi bruker *risikonøytrale sannsynligheter* for det meste her. I mer matematisk preget finans vil man ofte støte på begrepet *ekvivalent martingalmål* (EMM) som henspiller på at man innfører en sannsynlighet som omdanner en flukterende kontantstrøm til en kontantstrøm som skal diskonteres med risikofri rente. All usikkerheten er så å si flyttet over i sannsynlighetsmålet. *Tilstandspriser* er også mye brukt. Tankegangen bak dette begrepet er at hver tilstand har sin pris. Å være i tilstand "opp" i eksemplet vårt har prisen $q = 0.6923$. Et annet brukt begrep er *sikringssannsynligheten* som viser hen til at sannsynlighetsmålet gir den mengde av opsjoner man må ha for å sikre kursen til aksjen, eller generelt den underliggende.

Vi sammenfatter og har altså at den en-periodiske opsjonsprismodellen (2) kan formuleres slik:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{1+r_f}\left[\frac{r_f-d}{u-d}C_u + \frac{u-r_f}{u-d}C_d\right] \\ &= \frac{1}{1+r_f}\left[qC_u + (1-q)C_d\right] \end{aligned} \tag{4}$$

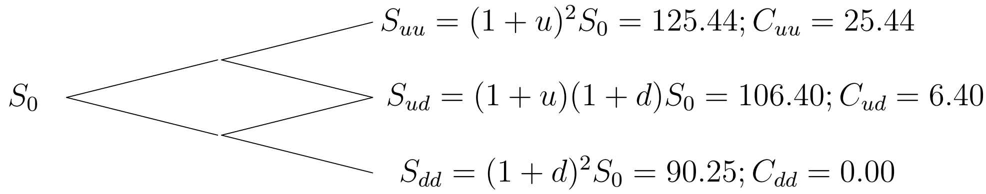
I hakeparentesen finner vi de to sluttverdiene til kjøpsopsjonen. Dagens verdi C_0 avhenger altså av disse to mulige fremtidige verdiene. Betydningen av de to sluttverdiene er veid med to brøker, hvor endringer og risikofri rente inngår. Brøkene kan tolkes som en slags sannsynligheter. Det hele er så diskontert med risikofri rente. Denne relasjonen er grunnleggende for den binomiske opsjonsprismodellen, og er med i utvidelser til flere perioder.

Oppgave 1 Vi skal først finne opsjonsverdien for det enperiodiske problemet. Vi setter inn i (4):

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{1.06}\left[\frac{0.06-(-0.05)}{0.12-(-0.05)}12.00 + \frac{0.12-0.06}{0.12-(-0.05)}0.00\right] \\ &= \frac{1}{1.06}\times\frac{0.11}{0.17}12.00 \\ &= 7.325 \end{aligned}$$

som altså er det samme som vi fikk med arbitrasjefri prising, med litt avrundingsfeil. (4) er en eksakt formel for prising av en enperiodisk opsjon.

Oppgave 2 Når tid til forfall utvides til to perioder, har vi altså en prisprosess som gir sluttverdiene som i figur 6.



Figur 6: Aksjens prisprosess og opsjonsverdier i to perioder

Figur 6 og (4) viser at det er mulig å utvide opsjonsmodellen på følgende måte:

$$C_0 = \frac{1}{(1+r_f)^2}\left[q^2 C_{uu} + 2q(1-q)C_{ud} + (1-q)^2 C_{dd}\right] \tag{5}$$

Det lønner seg nå å regne ut verdiene for q og $1-q$. Vi har:

$$q = \frac{0.06-(-0.05)}{0.12-(-0.05)} = 0.64706 \qquad 1-q = \frac{0.12-0.06}{0.12-(-0.05)} = 0.35294$$

Vi finner opsjonsprisen ved direkte innsetting i (5).

$$\begin{aligned}
C_0 &= \frac{1}{1.06^2}(0.64706^2 \cdot 25.44 + 2 \cdot 0.64706 \cdot 0.35294 \cdot 6.40 + 0.35294^2 \cdot 0.00) \\
&= \frac{1}{1.1236}(10.65 + 2.92 + 0.00) \\
&= 12.08
\end{aligned}$$

som er den samme som før. Det er klart at risikonøytral prising letter regnearbeidet betydelig, og er av denne grunn den mest foretrukne metoden.

3 Prising med binomisk modell

3.1 Den replikerende porteføljen

Den replikerende porteføljen er i dette tilfellet:

$$\begin{aligned}
34.50\Delta + 1.05B &= 4.50 \\
26.10\Delta + 1.05B &= 0.00
\end{aligned}$$

Vi finner at $\Delta = 0.53571$ og $B = -13.31622$. Vi har da fra (1) at kjøpsopsjonen må være

$$C_0 = 0.53571 \cdot 30.00 - 13.31622 = \underline{2.76}.$$

For å beregne den risikonøytrale prisen, må vi vite opp- og nedbevegelsene. De er gitt av

$$u = \frac{34.50}{30.00} - 1 = 0.15; \qquad d = \frac{26.10}{30.00} - 1 = -0.13$$

Nå kan vi bruke (4):

$$C_0 = \frac{1}{1.05}\left[\frac{0.05-(-0.13)}{0.15-(-0.13)} \cdot 4.50 + \frac{0.15-0.05}{0.28} \cdot 0.00\right] = \underline{2.76}$$

Vi har videre at

$$q = \frac{0.05-(-0.13)}{0.15-(-0.13)} = 0.64286; \qquad 1-q = 0.35714$$

3.2 Kjøpsopsjonen med to perioder

Vi skal utvide til to perioder. Siden prisprosessen er konstant, kan vi bruke (5). Vi finner

$$\begin{aligned} S_{uu} &= 30.00 \cdot 1.15^2 = 39.675; \qquad C_{uu} = 9.675 \\ S_{ud} &= 30.00 \cdot 1.15 \cdot 0.87 = 30.015; \qquad C_{ud} = 0.015 \\ S_{uu} &= 30.00 \cdot 0.87^2 = 22.707; \qquad C_{dd} = 0.00 \end{aligned}$$

Innsetting i (5) gir med en gang:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{1.05^2}\left[0.64286^2 \cdot 9.675 + 2 \cdot 0.64286 \cdot 0.35714 \cdot 0.015 + 0.35714^2 \cdot 0.00\right] \\ &= \underline{3.63} \end{aligned}$$

3.3 Kjøpsopsjonen med høyere utøvelseskurs

Utøvelseskursen er nå 32.00. Det gir $C_u = 2.50$. Vi har da fra (4):

$$C_0 = \frac{1}{1.05}\left[0.64286 \cdot 2.50 + 0.35714 \cdot 0.00\right] = \underline{1.53}$$

Høyere utøvelsespris har gitt lavere verdi på kjøpsopsjonen.

3.4 Kjøpsopsjonen med høyere aksjepris

Prisprosessen er som før, men starter i $S_0 = 35.00$. Da har vi at

$$\begin{aligned} S_u &= 35.00 \cdot 1.15 = 40.25; \qquad & C_u &= 10.25 \\ S_d &= 35.00 \cdot 0.87 = 30.45; \qquad & C_d &= 0.45 \end{aligned}$$

Vi bruker igjen (4):

$$C_0 = \frac{1}{1.05}\left[0.64286 \cdot 10.25 + 0.35714 \cdot 0.45\right] = \underline{6.43}$$

En høyere aksjekurs til å begynne med gir høyere verdi på kjøpsopsjonen.

3.5 Kjøpsopsjonen med høyere volatilitet

Vi må nå beregne $q, 1-q$ på nytt. Vi har $u = 36/30-1 = 0.20$ og $d = 25.50/30.00 = -0.15$. Dermed

$$q = \frac{0.05 + 0.15}{0.20 + 0.15}6.00 = 0.57143; \qquad 1 - q = \frac{0.20 - 0.05}{0.35} = 0.42857$$

Nå gir (4):

$$C_0 = \frac{1}{1.05}\left[0.57143 \cdot 6.00 + 0.42857 \cdot 0.00\right] = \underline{3.27}$$

Prisen på kjøpsopsjonen er høyere enn i utgangspunktet. Økt volatilitet gir høyere verdi av kjøpsopsjonen.

3.6 Kjøpsopsjonen med lavere risikofri rente

Vi har samme situasjon som i utgangspunktet, men nå en lavere risikofri rente. Det betyr at $q, 1-q$ og diskonteringsleddet modifiseres. I første omgang:

$$q = \frac{0.025 - (-0.13)}{0.15 - (-0.13)} = 0.55357; \qquad 1 - q = 0.44643$$

Vi har dermed:

$$C_0 = \frac{1}{1.025}\left[0.55357 \cdot 4.50 + 0.44643 \cdot 0.00\right] = \underline{2.43}$$

Opsjonsprisen har altså falt som følge av en lavere risikofri rente.

4 Black-Scholes-Merton

Black-Scholes/Merton-modellen for prising av en kjøpsopsjon med en bestemt underliggende eiendel, med en bestemt utøvelseskurs, gitt tid til forfall, gitt volatilitet og gitt risikofri rente ser slik ut:

$$\begin{aligned} C_0 &= S_0 \cdot \mathcal{N}\left(d_1\right) - X \cdot e^{-r_f T} \mathcal{N}\left(d_2\right) \\ d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right) T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_2 &= d_1 - \sigma\sqrt{T} \end{aligned} \tag{6}$$

Symbolene er forklart i tabell 1. Formelen gir prisen på en kjøpsopsjon på tidspunkt $t = 0$.

Tabell 1 Symbolforklaringer til Black-Scholes-modellen

σ	Volatilitet: Standardavvik til aksjen
$\ln(S_0/X)$	Den naturlige logaritmen til S_0/X
S_0	Aksjekurs på tidspunkt $t = 0$
X	Innløsningskurs (utøvelseskurs)
$e^{-r_f T}$	Nåverdi-faktoren når r_f beregnes i kontinuerlig tid
$\mathcal{N}(\cdot)$	Arealet av den normaliserte normalfordelingen opp til verdien i parentesen

Modellen krever bare beregning av den underliggende eiendels standardavvik. Alle andre størrelser er gitt i markedet.

Vi ser at markedsrisiko ikke inngår, heller ikke risikoholdning.

4.1 Volare

4.1.1 Kjøpsopsjonens pris

Vi bruker formelen (6). Start med d_1:

$$
\begin{aligned}
d_1 &= \frac{\ln(30/30) + \left(0.05 + \frac{0.4^2}{2}\right) 0.5}{0.4\sqrt{0.5}} \\
&= \frac{0.00 + 0.13 \cdot 0.5}{0.2828} \\
&= 0.22981
\end{aligned}
$$

d_2 fremkommer på denne måten:

$$d_2 = 0.22981 - 0.2828 = -0.05303.$$

Da har vi verdiene i den normaliserte normalfordeling

$$\mathcal{N}(0.22981) \sim 0.59088 \qquad \mathcal{N}(-0.05303) \sim 0.478853$$

Med disse verdiene kan vi nå finne opsjonens pris ved å sette inn i (6):

$$
\begin{aligned}
C_0 &= 30.00 \cdot 0.59088 - e^{-0.050 \cdot 0.5} 30.00 \cdot 0.478853 \\
&= \underline{3.72}
\end{aligned}
$$

Opsjonens pris er altså 3.72. Legg merke til at prisen er høyere enn null, selv om dagens aksjekurs er den samme som utøvelseskurs. Det er opsjonens *tidsverdi* som forårsaker dette. Det er ennå tre måneder til forfall. Innen den tid kan aksjen ha steget så mye at opsjonen er "in the money" (ITM). Det er denne muligheten en investor som kjøper opsjonen er villig til å betale for.

4.1.2 Kjøpsopsjonens replikerende portefølje

Den replikerende portefølje har vi fra (1), som vi gjentar her:

$$C_0 = \Delta S_0 + B$$

En sammenligning med (6) viser at $\Delta = \mathcal{N}(d_1) = 0.59088$. B må da være $B = -0.59088 \cdot 30 + 3.72 = -14.01$.

Porteføljen som replikerer opsjonsprisen er dermed

$$C_0 = 3.72 = 0.59088 \cdot 30.00 - 14.01.$$

4.1.3 Kjøpsopsjonen med høyere aksjekurs

Vi bruker igjen (6), men setter nå $S_0 = 32.00$. Det gir

$$d_1 = 0.457988 \qquad \mathcal{N}(d_1) = 0.676519$$
$$d_2 = 0.145145 \qquad \mathcal{N}(d_2) = 0.569517$$

som gir:

$$C_0 = 30.00 \cdot 0.676519 - e^{-0.050 \cdot 0.5} 30.00 \cdot 0.569517 = \underline{4.98}$$

4.1.4 Kjøpsopsjonen med lavere volatilitet

Vi bruker igjen (6), men setter nå $\sigma = 0.20$. Det gir

$$d_1 = 0.247847 \qquad \mathcal{N}(d_1) = 0.597734$$
$$d_2 = 0.106066 \qquad \mathcal{N}(d_2) = 0.542235$$

som gir:

$$C_0 = 30.00 \cdot 0.597734 - e^{-0.050 \cdot 0.5} 30.00 \cdot 0.542235 = \underline{2.07}$$

4.1.5 Prisen på en salgsopsjon med de samme prisene

Her er det nødvendig å ta i bruk paritetsbetingelsen, som vi for vårt formål kan omskrive til

$$P_0 = C_0 + \frac{1}{1 + r_f} X - S_0 \tag{7}$$

Da har vi salgsopsjonens pris:

$$P_0 = 3.72 + \frac{1}{1.05} \cdot 30 - 30 = \underline{2.29}$$

4.2 Tilli

Vi skal finne kjøpsopsjonens pris og bruker (6). Symbolforklaring og verdier:

Symbol	Definisjon	Verdi
C_0	Kjøpsopsjon pris i dag	?
S_0	Aksjekurs på tidspunkt $t = 0$	200
σ	Aksjens volatilitet	$\sqrt{0.5}$
X	Innløsningskurs (utøvelseskurs)	300
r_f	Risikofri rente	3%
$\mathcal{N}(\cdot)$	Arealet av den normaliserte normalfordelingen opp til verdien i parentesen	

Vi finner først d_1:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{200}{300}\right) + (0.03 + 0.5 \cdot 0.5)\, 0.5}{\sqrt{0.5} \cdot \sqrt{0.5}} = -0.53093$$

Vi bruker resultatet og finner d_2:

$$d_2 = -0.53093 - \sqrt{0.5} \cdot \sqrt{0.5} = -1.03093$$

Dermed har vi også $\mathcal{N}(d_1), \mathcal{N}(d_2)$: $\mathcal{N}(d_1) = 0.297734$ og $\mathcal{N}(d_2) = 0.151287$.

Vi kan nå sette inn i første linje i (6) og finner kjøpsopsjonens pris:

$$C_0 = 200 \cdot 0.297734 - 300 \cdot e^{-0.03 \cdot 0.5} \cdot 0.151287 = \underline{14.836}$$

4.3 Implisitt volatilitet

Vi kjenner alle størrelser i BSM-modellen fra avsnitt 4.1.1, bortsett fra volatiliteten. Vi får opplyst at opsjonsprisen er $C_0 = 2.50$. Vi kjenner altså alle størrelsene som inngår i BSM-formelen (6) inkludert opsjonens pris, bortsett fra volatiliteten σ. Men da er jo volatiliteten implisitt gitt i formelen. Det er ikke mulig å finne et eksplisitt uttrykk for σ, og vi må derfor prøve oss frem.

Prøving og feiling innebærer at vi prøver nye verdier av σ for å komme så nær $C_0 = 2.50$ som mulig. Det er selvsagt de sentrale sannsynlighetsverdiene $\mathcal{N}(d_1), \mathcal{N}(d_2)$ som endres hver gang σ endres og de andre variablene i (6) holdes konstante. Vi ser at den oppgitte opsjonsprisen er betydelig under prisen fra avsnitt 4.1.1. Volatiliteten må derfor være lavere enn $\sigma = 0.4$. Etter en del prøving og feiling finner jeg at volatiliteten er $\sigma = \underline{0.2527}$.

4.4 Dividende

Vi bruker igjen opplysningene fra avsnitt 4.1.1, men innfører nå en proporsjonal dividende på 5%. I stedet for S_0, bruker vi nå en S^* som er definert ved

$$S^* = \frac{S}{1+\delta} \tag{8}$$

hvor δ er den proporsjonale dividenden. Vi har altså at $S^* = 30/1.05 = 28.57$. Vi bruker denne i (6), og legger også merke til at tid til forfall er nå ett år, $T = 1$.

4.4.1 Kjøpsopsjonens pris med dividende

Sentrale størrelser i utregning av

$$\begin{aligned} d_1 &= 0.203025 \qquad & \mathcal{N}(d_1) &= 0.580442 \\ d_2 &= -0.19698 \qquad & \mathcal{N}(d_2) &= 0.421923 \end{aligned}$$

som gir:

$$C_0 = 28.57 \cdot 0.580442 - e^{-0.050 \cdot 0.5} 30.00 \cdot 0.421923 = \underline{4.54}$$

Opsjonsprisen er relativt høy. Dette har sammenheng ikke bare med dividende, men også med en lengre tid til forfall.

4.4.2 Kjøpsopsjonens pris uten dividende

Hva er kjøpsopsjonens pris uten dividende? Forandringen i forhold til avsnitt 4.1.1 er at forfallstiden er forlenget. Innsetting i (6) gir denne gangen resultatene

$$\begin{aligned} d_1 &= 0.325 \qquad & \mathcal{N}(d_1) &= 0.627409 \\ d_2 &= -0.075 \qquad & \mathcal{N}(d_2) &= 0.470107 \end{aligned}$$

som gir:

$$C_0 = 30.00 \cdot 0.627409 - e^{-0.050 \cdot 0.5} 30.00 \cdot 0.470107 = \underline{5.41}$$

En forlengelse av tid til forfall øker altså prisen på kjøpsopsjonen, og kjøpsopsjonens pris uten dividende er høyere enn prisen på en kjøpsopsjon med dividende.

4.4.3 Hva skyldes prisforskjellen?

Kjøpsopsjonen på en aksje som betaler dividende er altså lavere enn en kjøpsopsjon på en sammenlignbar aksje uten dividende. En del av verdien i den dividendebetalende aksjen er bundet i kontantene fra opsjonen, noe som selvsagt begrenser aksjens volatilitet og dermed kjøpsopsjonens verdi.