Oppgave 1
Skriv så enkelt som mulig:

a) $\dfrac{x}{x^2-9}-\dfrac{1}{x-3}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ c) $\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

Oppgave 2
Skriv så enkelt som mulig:

a) $\dfrac{x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}:\sqrt[6]{x}$ b) $\dfrac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a^2}}}$ c) $\dfrac{x\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}:\dfrac{x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

Oppgave 3
Skriv følgende tall som et rasjonalt tall: $\dfrac{p}{q}$ der og p, q er hele tall og $q \neq 0$.

i) 2,151515… ii) 2,3151515... iii) 2,34151515...

Oppgave 4

1. En verdi vokser først med 20 % og deretter med 25 %.
   Hvor mange prosent har verdien vokst?

2. Prisen til en vare settes ned først med 20 % og deretter med 25 %.
   Hvor mange prosent har prisen synket?

Oppgave 5
Volumet til en kule med radius r er gitt ved $V=\dfrac{4\pi}{3}r^3$.

a) Sett opp volumet når $r=R_0$, $r=2R_0$ og $r=3R_0$.
Bestem den absolutte og relative endringen til volumet når radien er
i) fordoblet ii) tredoblet.

b) Bestem radien r fra (1) uttrykt ved V .
Bestem den absolutte og relative endringen til radien når volumet er
i) fordoblet ii) tredoblet.

Oppgave 6
a) En størrelse øker fra verdien A til (3,17)A.
i) Bestem den absolutte tilveksten.
ii) Hvor stor er den relative økningen?
iii) Bestem vekstfaktor.

b) Radien til en kule vokser fra 10 cm til 10,2 cm.
i) Hvor mange prosent har radien økt?
ii) Hvor mange prosent øker overflaten?
iii) Hvor mange prosent øker volumet?

Oppgave 7
Løs ligningene:

a) $(1+\frac{x}{100})^{29} = 20,000.$

b) $\sqrt{4x+\sqrt{x-1}} = 3$

c) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2$, der $x \neq 0$.

Oppgave 8

Avgjør om implikasjonen gjelder (sann eller usann):

a) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \wedge y = -1$

b) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2 \wedge y = -1$

c) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \vee y = -1$

d) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2 \vee y = -1$

Oppgave 9

a) Vis at hvis n er et odde tall, så er n^2 er et oddetall.

b) Hva er kontrapositivt bevis ?
Vis at hvis n^2 er et oddetall, så er n er et oddetall.

c) Vi har utsagnene:

e: *Jeg har eksamen snart* **l**: *Jeg leser mye*.

i) Skriv følgende utsagn ved bruk av **e**, **l** og konnektiver:
Jeg har ikke eksamen snart og leser ikke mye.

(ii) Gi en verbal formulering for det sammensatte utsagnet **e** ⇒ **l**.
Gi en formulering av negasjonen til utsgnet. Uttrykk først negasjonen ved bruk av **e**, **l** og konnektiver. Lag deretter en verbal formulering.

d) Anta p er usann. Angi sannhetsverdi til følgende sammensatte utsagn:
i) $p \wedge (\neg p \vee q)$ ii) $p \Rightarrow q$ iii) $\neg p \vee q \Rightarrow p \wedge q$

Oppgave 10

a) Vis at polynomet $P(x) = x^3 - x^2 - x^2 + 4$ er delelig med $x - 2$ og $x + 2$.

b) Bestem restleddet til polynomdivisjonen $P(x) = x^3 - 7x - 2 : x - 3$.

c) Bestem r uten å utføre divisjon:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 7}{x + 3} = q(x) + \frac{r}{x + 3}$$

Gjennomfør divisjonen og bestem $q(x)$.

d) Gitt $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 2}{x^2 + 2}$.
Funksjonen har en skrå asymptote. Bestem denne ved polynomdivisjon.

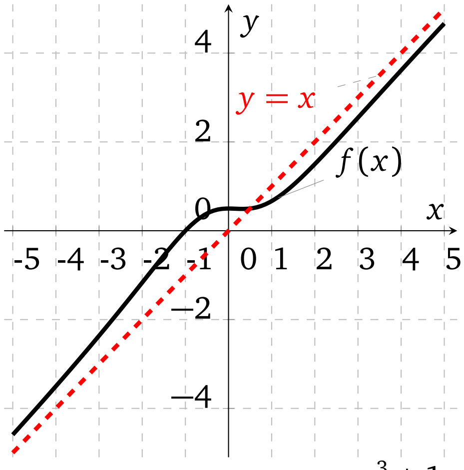
Hint for del d): Se neste side

Hint:
Noen rasjonale funksjoner kan ha skrå asymptote.
Hvis differansen mellom største grad i telleren og nevneren er nøyakig 1, har den rasjonale funksjonen skrå asymptote:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = ax + b + \frac{r(x)}{Q(x)}$$

$y = ax + b$ kalles for skrå asymptote.
Eksempel:
Gitt $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 2}$. Ved polynomdivisjon får vi:

$$\begin{array}{l} \big(\quad x^3 \qquad + 1 \big) \div \big(x^2 + 2 \big) = x + \dfrac{-2x + 1}{x^2 + 2} \\ \underline{\; - x^3 - 2x \;} \\ \qquad\; - 2x \end{array}$$



Vi kan da skrive: $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x^2 + 2} = {\color{red}x} + \dfrac{-2x + 1}{x^2 + 2}$.

$y = x$ er skrå asymptote:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) \to x$$