Oppgave 1
Løs integralene:

a) $\int (\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}})\,\mathrm{d}x$ b) $\int (\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x})\,\mathrm{d}x$

c) $\int (e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}})\,\mathrm{d}x$ d) $\int (\frac{x^2+1}{x})\,\mathrm{d}x$

e) $\int (\frac{x^2}{1+x^3})\,\mathrm{d}x$ f) $\int (\frac{\cos x}{1+\sin x})\,\mathrm{d}x$

g) $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ h) $\int \sin x e^{\cos x}\,\mathrm{d}x$

i) $\int \frac{\ln^2 x}{x}\,\mathrm{d}x$ j) $\int (x^2 \ln x)\,\mathrm{d}x$

k) $\int x e^{x^2}\,\mathrm{d}x$ l) $\int x^2 e^x\,\mathrm{d}x$

Oppgave 2
Gitt funksjonen $y = e^{2x}$, $0 \le x \le \ln 3$.

a) Sett opp et integral som kan beregne intervallet avgrenset mellom grafen til funksjonen og x-aksen. Regn ut arealet.

b) Arealet avgrenset mellom grafen til y og x-aksen roterer en gang om x-aksen. Bestem volumet av rotasjonslegemet.

Oppgave 3
Løs integralene: **a)** $\int x^2 e^{-x^3}\,\mathrm{d}x$ **b)** $\int x^2 \cos(2x)\,\mathrm{d}x$

Oppgave 4
Å puste er en syklisk bevegelse. En full respirasjonssyklus fra begynnelsen av inhalering til slutten av utpust tar omtrent 5 sek. Maksimal hastighet på luftstrømmen i lungene er om lag 0,5 liter/sek. Dette forklarer delvis hvorfor denne funksjonen

$$f(t) = (1/2)\sin(\frac{2\pi t}{5})$$

ofte er blitt brukt for å modellere hastigheten av luftstrømmen inn i lungene. Bruk denne modellen for å finne volumet av inhalert luft i lungene ved tiden T.

Oppgave 5
En funksjon er definert ved: $y(x) = x\cos x$, $-\pi/2 \le x \le \pi/2$.

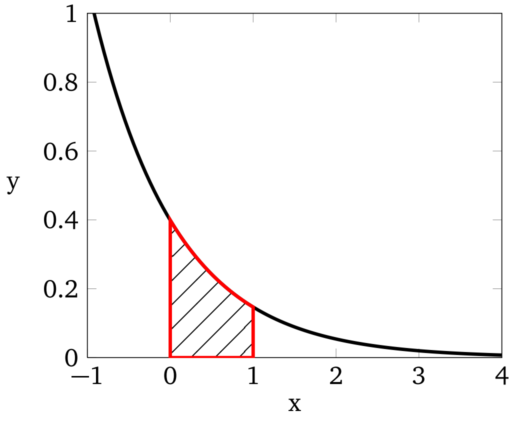
a) La $A(t)$ være arealet mellom kurven og x-aksen (fra $x = -\pi/2$ til $x = t$, der areal under x-aksen er negativt). Sett opp et funksjonsuttrykk for $A(t)$.
NB! Du behøver ikke gjøre utregninger.

b) Lag en skisse av hvordan grafen til $A(t)$ kan se ut (marker ekstremalpunkter og nullpunkter)

Oppgave 6

Grafen viser kurven til $y(x) = xe^{-x}$ for $x \geq -1$.

a) Sett opp et integral som for arealetet A, mellom grafen til y og x-aksen i intervallet $0 \leq x \leq 1$. Regn ut dette arealet.



b) Bergen volumet av omdreningslegemet som framkommer ved å dreie A om x-aksen.

Oppgave 7

Lengden av grafen til en funksjon $f(x)$ mellom $x = a$ og $x = b$ er gitt ved formelen

$$\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx.$$

Gitt funksjonen $f(x) = x^{3/2}$. Vis at integralet du må bruke for å regne ut lengden av grafen til f er

$$\int_a^b \frac{3}{2}\sqrt{x + \frac{4}{9}}\, dx.$$

Finn lengden når $a = 0$ og $b = 1$.