

Oppgave 1

- a) Hva er en differensialligning? Hva vil det si at $y = y(x)$ er en løsning til en differensialligning.
- b) Ta et eksempel for en lineær homogen differensialligning. Ta et eksempel for en ikke-lineær inhomogen differensialligning.
- c) Klassifiser differensialligningen $y' + x^2y - x - \cos y = 0$.
(orden, homogen/inhomogen, lineær/ikke-lineær)

Oppgave 2

Gitt differensialligningene:

$$\text{a) } y' = x^2y \quad \text{b) } y' = xy^2$$

Hva er største forskjellen mellom disse? Løs differensialligningene.

Oppgave 3

Løs differensialligningene:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y' + x = 1 & \text{b) } y' + y = 1 \\ \text{c) } (1 + x^2)y' + y = 0 & \text{d) } y' = y \sin x \\ \text{e) } y' + 2y = 6 & \text{f) } y' = 12 - 3y \\ \text{g) } y' = y(2 - y) & \text{h) } y' = 12y - 3y^2 \end{array}$$

Oppgave 4

Løs differensialligningen: $\frac{dy}{dt} = \frac{3t^2 + 2t + 5}{y^2}$, gitt $y(0) = 3$

Oppgave 5

Løs differensialligningene

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y'' - y = 1 & \text{b) } y'' - 4y' + 3y = 3t + 2 \\ \text{c) } y'' + 4y = x & \text{d) } y'' = 9y \end{array}$$

Oppgave 6

Et klasserom ($20\text{m} \times 4\text{m} \times 2,5\text{m}$) inneholder i utgangspunktet frisk luft. Ved $t = 0$, en defekt varmesystem fører gass som inneholder 20% karbonmonoksid som skal pumpes inn i rommet ved en hastighet på 3 m^3 per minutt. Den godt blandede luft ventileres ut i samme takt.

- a) Forklar hvor følgende startverdiproblem beskriver denne situasjonen:

$$\frac{dK}{dt} = 0,6 - \frac{3}{200}K, \quad K(0) = 0$$

der $K(t)$ er karbonmonoksid mengden ved tiden t (målt i min.) i rommet.

- b) Løs startverdi problemet.
- c) En karbonmonoksid-detektor i rommet utløses når karbonmonoksid når 1%. Finn tiden når detektoren vil varsle.

Oppgave 7

En høyskolestudent skylder kr.10.000 til et kredittkort selskap, med en rente på 10% per år. Studenten betaler ned kontinuerlig med et konstant rate på kr. 150 per måned (kr. 1800 per år).

- a) Forklar hvor følgende startverdiproblem beskriver denne situasjonen:

$$\frac{dx}{dt} = 0,1x - 1800, \quad x(0) = 10.000$$

der $x(t)$ er beløpet studenten skylder kredittkortselskapet ved tiden t (målt i år).

- b) Løs startverdi problemet. Regn ut nedbetalingstiden.

Oppgave 8

Betrakt differensialligningen:

$$y' = y^2 - y$$

Gitt $y(0) = 0,9$. Bestem $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$. (Her trenger du ikke å løse differensialligningen).

Oppgave 9

Betrakt differensialligningen:

$$y' = y^2 - 3y$$

- a) Finn likevektløsningen(e). Studere stabilitet til hver av disse (stabil, ustabil). Begrunn svaret.
- b) Gitt $y(0) = 0$, bestem $y(1)$. (Her trenger du ikke å løse differensialligningen)
- c) Løs differensialligningen.
Gitt $y(0) = 2$, tegn grafen til løsningskurven og regn ut $y(1)$. Bestem $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.