EKSAMENSOPPGAVE, bokmål

Institutt: IKBM

Eksamen i: STAT100 STATISTIKK

Tid: 29. mai 2012 09.00-12.30 (3.5 timer)

Emneansvarlig: Trygve Almøy (Tlf: 95141344)

Tillatte hjelpemidler: C3: alle typer kalkulator, alle andre hjelpemidler

Side 3: Tabell fylles ut og arket leveres

Oppgaveteksten er på: 6 sider, med vedlegg, i tillegg kommer en F-tabell.

Ved alle hypotesetester skal både nullhypotese og alternativ hypotese skrives ned.

Oppgave 1

Medisinen Nembuxil påstås å virke mot migrene hos kvinner. For å teste ut dette ble 18 kvinner som alle hadde vært plaget av migrene trukket ut. Alle fikk registrert migreneanfall i ett år. Året etter fikk etter loddtrekning 9 av kvinnene Nembuxil, og de 9 resterende fikk en harmløs pille (såkalt Placebo). Det ble deretter registrert antall migreneanfall i dette året. Kvinnene som deltok fikk ikke vite hvilken behandling de fikk.

Anta at for denne populasjonen kvinner er antall migreneanfall i løpet av et år tilnærmet normalfordelt. Resultater fra forsøket finner du i Tabell 1a og Tabell 1b (side 4).

Vi antar følgende modell for forsøket:

La X_j være reduksjon i antallet migreneanfall for kvinne nr. j ved Nembuxil, og la Y_j være reduksjon i antallet migreneanfall for kvinne nr. j ved Placebo.

$X_j \sim N(\mu_1, \sigma)$, *og* $Y_j \sim N(\mu_2, \sigma)$, $j = 1,2, \dots, 9$. *Alle observasjoner er uavhengige.*

Deler av analysen finner du som en R-utskrift i Tabell 2 (side 4).

a) Tolk og estimer **alle** parametre som inngår i modellen.
Tolk og estimer $\mu_1 - \mu_2$.

b) Gir resultatene grunnlag for å påstå at Nembuxil har positiv effekt i forhold til placebo? Svar ved hjelp av hypotesetesting med signifikansnivå på 10 %.

Senere får vi vite at det også ble testet ut 2 andre medisiner mot migreneanfall (9 kvinner fikk Imigran og 9 andre kvinner fikk Maxalt) i samme forsøk og på samme måte som beskrevet i innledningen av oppgaven, slik at det nå er totalt 36 kvinner med i forsøket. Vi vil utføre en samlet analyse av effekten av alle 4 behandlingene (Nembuxil, Imigran, Maxalt og Placebo).

La nå Y_{ij} bety reduksjon i antall migreneanfall for kvinne j ved bruk av behandling i,

$i = 1,2,3,4$. $j = 1,2,3, \ldots .9$. Vi ønsker å analysere forsøket med en enveis variansanalysemodell, deler av analyseresultatet ser du i Tabell 3 (side 4).

c) Sett opp modellen.
Estimer alle parametre i denne.
Test på 10 % nivå om det er forskjell i forventet effekt mellom behandlingene.

d) Sett opp en kontrast som beskriver forskjellen mellom Placebo og de andre.
Lag et 90 % konfidensintervall for denne kontrasten.
Hvordan kan du bruke konfidensintervallet til å teste om det er forskjell i forventet effekt mellom Placebo og de andre behandlingene?

e) Forklar konkret hva et residual er i dette forsøket og med denne modellen?
Hva er residualet for kvinne nr 2 som går på Nembuxil?
Hva betyr det at en kvinne på Nembuxil har et residual på -3.89?
Hva vil du si om modellantagelsene på bakgrunn av Figur 1 og Figur 2 (side 5)?

Oppgave 2

Resultatene fra midtsemestereksamen høst 2011 (som var en flervalgstest med 10 spørsmål) og en ordinær eksamen samme semester med poeng fra 0 til 10 er vist i Figur 3 (side 6). Vi vil undersøke hvordan sammenhengen er mellom disse to eksamensformene og prøvde med en lineær regresjonsmodell, der poeng ved avsluttende eksamen er respons og antall rette fra midtsemestereksamen er forklaringsvariabel. Anta at vi ser på studentene i undersøkelsen som et representativt utvalg av alle studenter som tar et grunnkurs i statistikk. Resultatene finner du i Tabell 4 (side 4).

a) Sett opp denne modellen.
Synes du data passer til modellen? Tror du at R^2 er stor eller liten?
Estimer **alle** parametre i modellen.
Tolk estimatet for stigningstallet ($\hat{\beta}$) i denne situasjonen.

Dersom flervalgseksamen og tradisjonell eksamen skulle måle omtrent det samme, ville det være naturlig at regresjonskoeffisienten (stigningstallet, β) var nær 1.

b) Lag et 95 % konfidensintervall for denne parameteren (β).
Bruk dette til å avgjøre om du kan forkaste H_0: $\beta = 1$, mot et tosidig alternativ.

Per fikk 6 rette på midtsemestereksamen.

c) Bruk den estimerte modellen til å predikere hans resultat på avsluttende eksamen.
Konstruer et 95 % prediksjonsintervall for denne studentens resultat til avsluttende eksamen (gjennomsnittsverdien på midtsemestereksamen er 6.7)
Hvorfor blir dette prediksjonsintervallet svært bredt (og ubrukelig) til tross for at du har mange observasjoner bak estimatet av parametrene?
Et 95 % konfidensintervall for forventet resultat til avsluttende med 6 poeng til midtsemester er (6.5; 6.9). Gi en tolkning av dette intervallet og forklar hvorfor dette blir svært smalt.

Det ble påstått at midtsemestereksamen var for vanskelig i forhold til avsluttende eksamen. Dette ble undersøkt ved en parvis t-test. Utdrag av resultatet er gitt i Tabell 5 (side 4).

d) Hvorfor må en bruke parvis sammenligning her?
Har du grunnlag å si deg enig med påstanden over? Svar ved hjelp av hypotesetesting.

Oppgave 3. Flervalgsspørsmål (hele oppgave 3 teller 10 % av besvarelsen):
Ett kryss for hvert spørsmål i tabellen.

Arket rives ut og leveres som en del av besvarelsen

Svaralternativ	Spørsmål 1	Spørsmål 2	Spørsmål 3	Spørsmål 4	Spørsmål 5
A					
B					
C					
D					
E					

Anta du har modellen: $\mathbf{Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i}$**, i = 1,2, ., n, og alle** $\mathbf{e_i}$ **–ene er uavhengige og normalfordelte med forventning 0 og standardavvik** $\boldsymbol{\sigma}$**.** Du estimerer α, β og σ med $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ og $\hat{\sigma}$.

Spørsmål 1: Hvordan tolker du $\hat{\alpha}$?
A: Der den estimerte linja skjærer y-aksen
B: Der den ukjent (sanne) linja skjærer y-aksen.
C: Der den estimerte linja skjærer x-aksen
D: Økning i Y når x øker med 1.
E: Økning i x når y øker med 1.

Spørsmål 2: Hvordan tolker du at et 95 % konfidensintervall for β ikke inneholder 0?
A: Det er ingen sammenheng mellom x og Y.
B: Det er sammenheng mellom x og Y.
C: Det meste av variasjonen i Y kan forklares av x.
D: Det meste av variasjonen i x kan forklares av Y.
E: $\hat{\beta} = 0$.

Spørsmål 3: Hvordan vil du predikere en ny Y (kalt $\hat{Y}$) dersom du kjenner $x = x_0$?
A: $\hat{Y} = \alpha + \beta x_0$.
B: $\hat{Y} = \alpha + \beta x_0 + e$
C: $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_0$
D: $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_0 + \hat{\sigma}$
E: $\hat{Y} = x_0$.

Spørsmål 4: Hvordan vil du tolke det faktum at R^2 er stor (nær 1)?
A: Alle punkt ligger nesten på en rett linje.
B: Alle punkt har stor spredning rundt en rett linje.
C: $\hat{\sigma}$ er stor.
D: Det er ikke signifikant sammenheng mellom x og Y.
E: Lite av Y variasjonen kan forklares av x-variasjonen.

Spørsmål 5: Dersom n er stor ,og modellantagelsene er riktige, vil:
A: Residualer plottet mot tilpassede Y-verdier vise samme mønster som y plottet mot x.
B: Histogram over residualene avvike fra klokkeform.
C: Gjennomsnittet av residualene være forskjellig fra 0.
D: Medianen til residualene være nær 0.
E: Residualene vise en økende variasjon når en har store x-verdier.

Tabell 1a. Nembuxil

Kvinne	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Før	12	21	21	9	14	6	20	18	17
Etter	5	17	18	7	14	5	11	17	18

Tabell 1b. Placebo (harmlaus pille)

Kvinne	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Før	10	12	14	12	18	6	15	19	10
Etter	6	11	14	10	17	7	12	17	11

(Resultat fra forsøket. "Før" er antall migreneanfall i året før medisin/placebo. "Etter" er antall migreneanfall i året kvinna fikk medisin/placebo)

Tabell 2

```
Mean of reduksjon Nembuxil  Mean of reduksjon Placebo    Pooled std.dev.
          2.89                        1.22                      2.63
```

Utskrift fra R for spørsmål 1a og 1b.

Tabell 3

```
            Df  Sum Sq
behandling      42.97
Residuals       178.00

           mean         sd       n
Imigran     3.78        2.11      9
Maxalt      4.00        2.00      9
```

Utskrift fra R for spørsmål 1c og 1d

Tabell 4

```
             Estimate Std.Error   t value
(Intercept)   4.0      0.33      12.000
midtsemester 0.45      0.048      9.541
s = 1.68 on 303 degrees of freedom
```

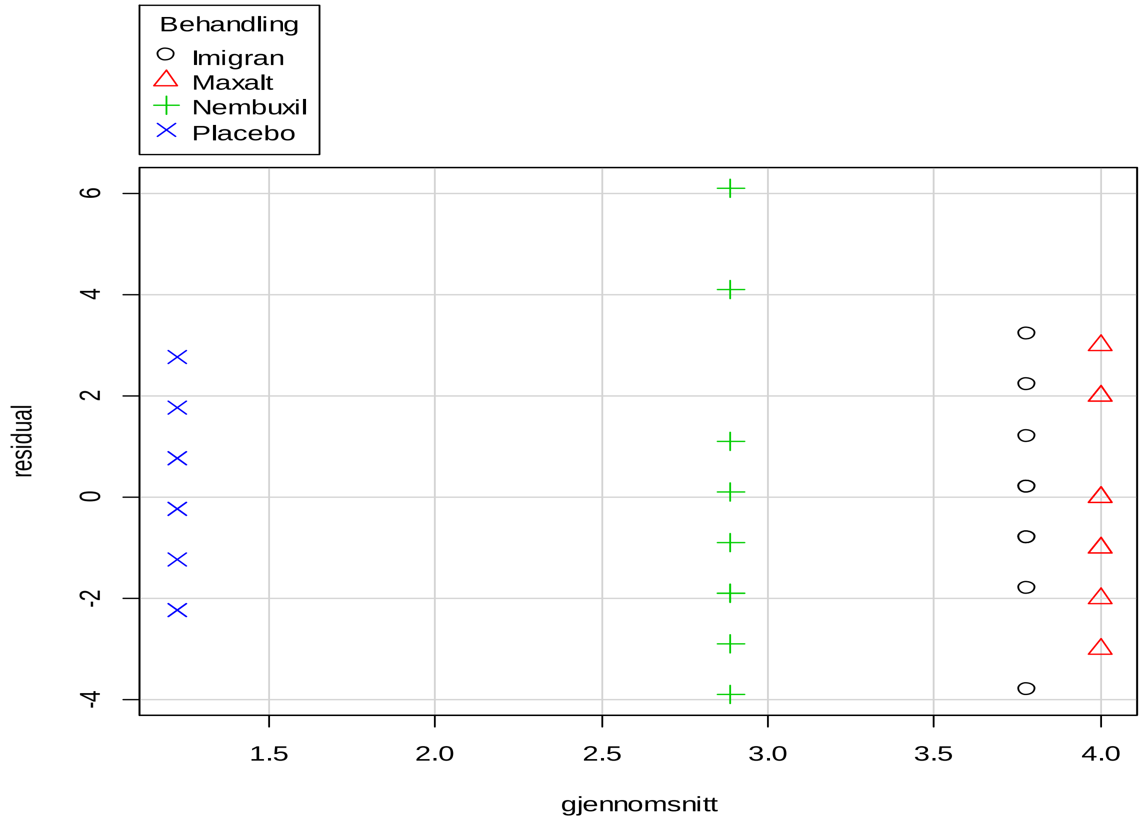
Utskrift fra R for spørsmål 2a, 2b og 2c

Tabell 5

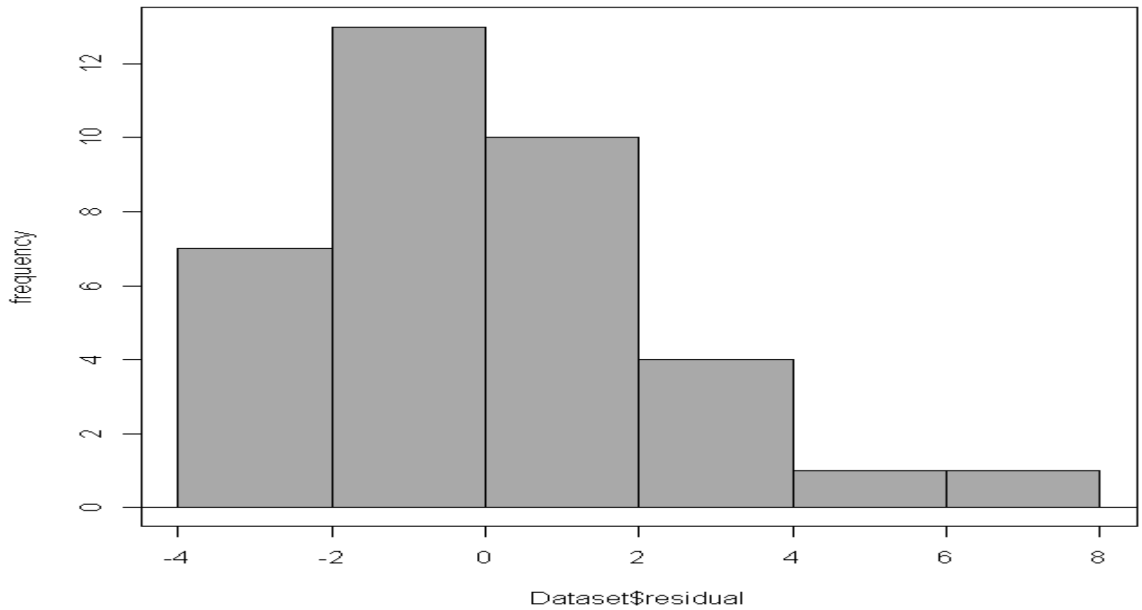
```
Paired t-test (Avluttende eksamen - Midtsemester eksamen)
t = 2.8897, df = 304, p-value = 0.002067
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0.
sample estimates:
     mean of the differences        std.dev. of the differences
                 0.33                          2.01
```

Utskrift fra R for spørsmål 2d

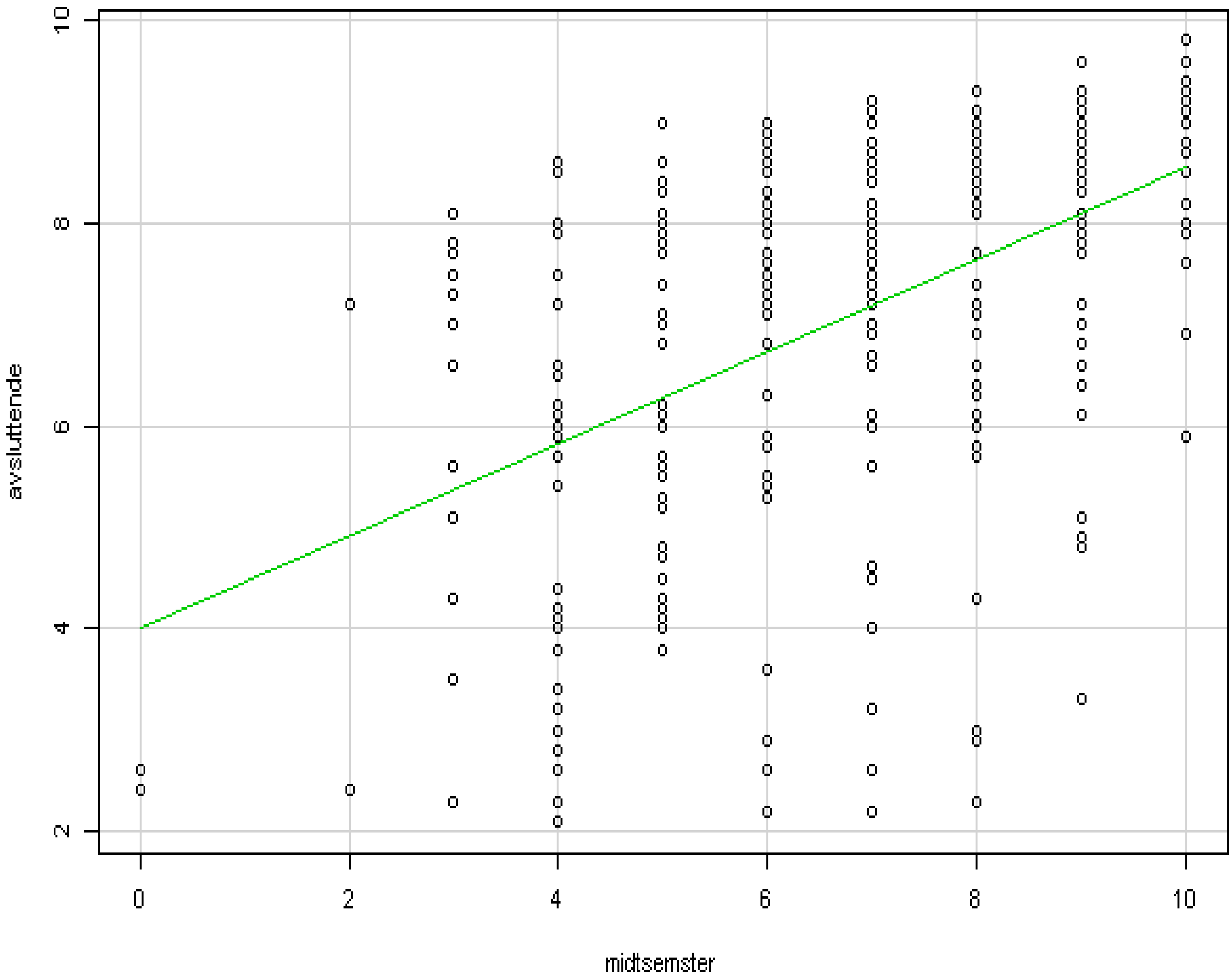
Figurer



Figur 1: Plot av residualer mot tilpassede verdier (gjennomsnitt). Gjennomsnitt er det samme som gjennomsnitt for hver behandling.



Figur 2. Histogram over residualer. Medianen er – 0,11.



Figur 3. For oppgave 2. Et scatterplot av midtsemester resultat mot avsluttende ekamensresultat. Den estimerte regresjonslinja er tegnet inn.