Diversifiseringsoppgaver

1

Et firma vurderer to ettårige prosjekter som i dag vil kreve en investering på 100. Firmaet kan anvende hele eller deler av hvert prosjekt. Opplysninger om prosjektene er gitt i tabell 1.

Tabell 1 Prosjektverdi gitt tilstand i økonomien

Tilstand	Prosjekt A	Prosjekt B
Lavkonjunktur	90	110
Middels god konjunktur	110	105
Høykonjunktur	130	95

Et uavhengig forskningsinstitutt har beregnet sannsynligheten (uttrykt i prosent) for en lavkonjunktur for å være 30% og for middels gode konjunkturer til å være 50%.

1. Hva er forventet avkastning og standardavvik på de to prosjektene?
2. Vil firmaet oppnå en risikoreduksjon ved å kombinere disse to prosjektene?
3. <u>Anta</u> at korrelasjonskoeffisienten mellom Prosjekt A og Prosjekt B er enten -1.0, 0.0 eller +1.0. Bruk for øvrig opplysningene fra første spørsmål. Vis i et diagram hvordan risikoen for en kombinasjon av A og B varierer med den andel som bedriften velger for A og B.
4. Vis hvordan du kommer frem til minimum-variansporteføljen (MVP) i det generelle tilfellet.
5. Vis hva MVP er når korrelasjonskoeffisienten er enten $-1.0; 0.0$ eller $+1.0$. Bruk formlene til å beregne MVP for oppgaven.

2

Anta at du kan investere i et aksjefond eller et obligasjonsfond. Aksjefondet (A) har en forventet avkastning på 22% og et standardavvik på 32%, mens obligasjonsfondet (O)

har en avkastning på 13% og et standardavvik på 23%. Anta også at den risikofrie renten på statsobligasjoner er 8.5%. Korrelasjonen mellom de to fondene er 0.10. Anta videre at du har et investeringsbudsjett på 1 million kroner.

1. Hva er forventet avkastning av porteføljen av de to fond hvis andelen investert i A er 10, 25, 50 eller 90%?
2. Hva er standardavviket til porteføljen for de samme prosentandelene?
3. Finn den porteføljevekt i A som gir det laveste standardavvik for porteføljen ved hjelp av Excel.
4. Sjekk at svaret i forrige spørsmål stemmer med løsningen for "minimum-varians-porteføljen":

$$w = \frac{\sigma_O^2 - \sigma_{AO}}{\sigma_A^2 + \sigma_O^2 - 2\sigma_{AO}} \tag{1}$$

5. Anta du har et krav til avkastning på 15%. Hvilke andeler i porteføljen måtte velges? Hva ville porteføljens standardavvik være?
6. Bruk den risikofrie renten. Tegn den inn i diagrammet og finn den optimale porteføljen. Hvilken porteføljevekt svarer dette til for A?

3

Anta vi har de samme data som i forrige oppgave, men at korrelasjonskoeffisienten kan nå være enten 0.75 eller -0.75.

1. Hva er nå standardavviket til "minimum-varians-porteføljen"?

4 For spesielt interesserte

Du skal sette sammen en portefølje av tre prosjekter, eller eiendeler, med tanke på risikominimering. Tilstandene i økonomien og tilhørende forventede avkastninger i tilstandene for prosjekt 1 og 2 ventes å være som vist i tabell 2.

Et tredje prosjekt har forventet avkastning på 9.3 og standardavvik på 3.9. Korrelasjonen med prosjekt 1 er -0.6 og med prosjekt 2 0.2. Hva er avkastning og standardavvik for porteføljen hvis den er likeveid? Hva er avkastning og standardavvik for porteføljen hvis 40% settes i prosjekt 1, 20% i prosjekt 2 og 40% i prosjekt 3?

Tabell 2 Grunnlagsdata for prosjektene 1 og 2

Tilstand	Sanns	Prosjekt 1	Prosjekt 2
1	0.5	8	5
2	0.3	3	15
3	0.2	7	20
$E(r_i)$		6.3	11.0
σ_i		2.2	6.2
σ_{12}		-7.8	

5

To aksjer har følgende karakteristika:

	Aksje 1	Aksje 2
Forventet avkastning	3.00	8.00
Risiko	15.00	22.00
Korrelasjon	0.30	

1. Finn porteføljefronten til de to etter hvert som vektene endres og vis resultatet i en graf.
2. Finn minimum-variansporteføljen.
3. Lag også en graf når du forutsetter at korrelasjonen er -1.0 og når den er +1.0.
4. Vi er tilbake i situasjonen med korrelasjon lik 0.30. Anta du ønsker en avkastning på 5.25%. Hvordan måtte du sette sammen porteføljen? Hva blir risikoen?

6

Bruk dataene til Orkla og Statoil i tabellen nedenfor til å gi svar på spørsmålene under.

	Sluttkurs i	
År	Orkla	Statoil
2005	52.00	155.00
2006	70.60	165.25
2007	105.25	169.00
2008	45.45	113.90
2009	57.65	146.50
2010	56.70	138.60
2011	44.65	153.50
2012	48.50	139.00
2013	47.32	147.00
2014	51.15	131.20
2015	70.10	123.70
2016	65.80	134.40

1. Beregn avkastningene i de to foretakene ved hjelp av $(r_t - r_{t-1})/r_{t-1}$.
2. Beregn aritmetisk gjennomsnitt, standardavvik, kovarians og korrelasjonskoeffisient til selskapene
3. Anta du setter sammen en portefølje med 25% Orkla og 75% Statoil. Hva er porteføljens avkastning og risiko?
4. Hvilken sammensetting gir minimum-varians-porteføljen?

7 To eiendeler

7.1

Bruk dataene i tabellen nedenfor til å beregne a) gjennomsnittsavkastningen til aksjene, b) volatiliteten (risikoen) til hver aksje, c) kovariansen mellom aksjene og d) korrelasjonen mellom dem.

	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Aksje A	-10	20	5	-5	2	9
Aksje B	21	7	30	-3	-8	25

Anta du setter sammen en likeveid portefølje.

1. Hva er avkastningen hvert år for denne porteføljen?
2. Finn porteføljens gjennomsnittsavkastning og volatilitet.
3. Vis at (i) gjennomsnittsavkastningen for porteføljen er lik gjennomsnittet til aksjenes gjennomsnittsavkastning, og (ii) vis at porteføljens volatilitet er den samme som du finner fra beregning av porteføljens standardavvik fra de to enkeltaksjene.

Bruk dataene og finn nå:

1. avkastning og volatilitet i en portefølje som har 70% i A og 30% i B; og
2. minimumvariansporteføljen.

8

Bruk følgende data til underspørsmålene:

	Novo	Geri
Forventet avkastning	10.00	7.00
Risiko	20.00	16.00
Korrelasjon	0.22	

1. Beregn forventet avkastning og volatilitet til en likeveid portefølje.
2. Anta at korrelasjonen (Novo-Geri) kom til å øke.
   (a) Ville forventet avkastning øke eller falle?
   (b) Ville volatiliteten øke eller falle?
   (c) Begrunn svarene.
3. Bestem (i) forventet avkastning og (ii) volatiliteten i en portefølje som består av en lang posisjon på 10,000 i Novo og en kort (belånt) posisjon på 2,000 i Geri.
4. Ta for deg alle porteføljevariantene til slutt:
   (a) Finn forventet avkastning og volatilitet i porteføljen når vekten for Novo varieres opp til 1.50. Lag en graf i avkastnings-volatilitetsrommet.
   (b) Merk av minimum-variansporteføljen (MVP). Finn også MVP analytisk.
   (c) Hvilke porteføljer i diagrammet er effisiente?

9

Anta at to aksjer har en korrelasjon på 1.0. Den første aksjen har en avkastning over gjennomsnittet. Hva er sannsynligheten for at den andre aksjen også har en avkastning over gjennomsnittet?

10 Gode og Haab

Aksjene i Gode og Haab har begge en volatilitet på 40%. Beregn volatiliteten til en portefølje som har 50% i hver aksje når korrelasjonen mellom aksjene er a) +1.0, b) 0.5, c) 0.0, d) -0.5 og e) -1.0. I hvilke tilfeller er volatiliteten i porteføljen lavere enn i de to enkeltaksjene?

11

Anta at aksjene i Wesley har en volatilitet på 60%, mens aksjene i Addison har 30%. Korrelasjonen mellom aksjene er 25%. Hva er så volatiliteten i følgende porteføljer bestående av Addison og Wesley: a) 100% Addison, b) 75% Addison og 50% i Addison.

12

Anta at Avon og Nova har volatilitet på henholdsvis 50% og 25%. De er perfekt negativt korrelert. Hvilken portefølje bestående av disse to har null risiko?

13

Anta at Tex-aksjen har en volatilitet på 40% og at Mex-aksjen har en volatilitet på 20%. Anta at Tex og Mex er ukorrelerte.

1. Hvilken portefølje av de to har den samme volatiliteten som Tex alene?
2. Hvilken portefølje har den lavest mulige volatiliteten?

14 Mange aksjer

1. Anta at gjennomsnittsaksjen har 50%'s volatilitet og at korrelasjonen mellom alle par av aksjer er 20%. Beregn volatiliteten i likeveid portefølje med henholdsvis én aksje, 30 aksjer og 1,000 aksjer.

2. Hva er volatiliteten (definert som standardavviket) til en likeveid portefølje i en bransje med svært mange bedrifter når aksjene har et standardavvik på 50% og en korrelasjon på 40% etter hvert som porteføljen omfatter et større og større antall aksjer?
3. Du holder en portefølje med tre aksjer i Delta, Gamma og Omega. Delta har volatilitet 60%, Gamma har 30%, og Omega har volatiliteten 20%. Anta at du investerer 50% i Delta og 25% i Gamma og Omega hver.
   (a) Hva er den høyest mulige volatiliteten i porteføljen?
   (b) Anta at porteføljen din faktisk har volatiliteten du nettopp beregnet. Hva er din konklusjon om korrelasjonen mellom Delta og Omega?