Kap 13 Opsjonsprising: Løsninger

1 Grunnleggende sammenhenger

1.1

Tabell 1 viser gevinsten for opsjonen ved ulike utøvelseskurser.

Tabell 1 Verdien av opsjonen i eksempel 1.1. Utøvelseskurs = 100

Kurs	Utøvelses-kurs	Gevinst
80	100	0
90	100	0
100	100	0
110	100	10
120	100	20
130	100	30

Er kursen over 100, vil opsjonen benyttes. Er kursen under 100, er det billigere å kjøpe aksjen på børsen. Legg også merke til at vi som regel vil betale en premie for å kjøpe opsjonen. Denne premien kommer da som fradrag fra gevinsten.

1.2

Vi har altså at $X = 100$ og S_T enten 50 eller 150.

Når $S_T = 50$, har vi at:

$$C_T = \max[0, 50 - 100] = 0$$

0 er altså større enn -50. Kjøpsopsjonens verdi er dermed 0, siden vi skal velge det høyeste av de to tallene inne i parentesen.

Når i stedet $S_T = 150$ er opsjonens verdi:

$$C_T = \max[0, 150 - 100] = 50$$

Det høyeste tallet inne i parentesen er positivt, og regelen sier at vi skal velge dette tallet, dvs. 50 i dette tilfellet.

1.3

Når $S_T = 50$, har vi at salgsopsjonen er verdt:

$$P_T = \max[0, 100 - 50] = 50$$

Er derimot $S_T = 150$, vil vi ha:

$$P_T = \max[0, 100 - 150] = 0$$

Salgsopsjonen har altså verdi i det stikk motsatte tilfellet av kjøpsopsjonen. Er innløsningskursen den samme, er altså kjøpsopsjonen ITM når salgsopsjonen er OTM, og motsatt.

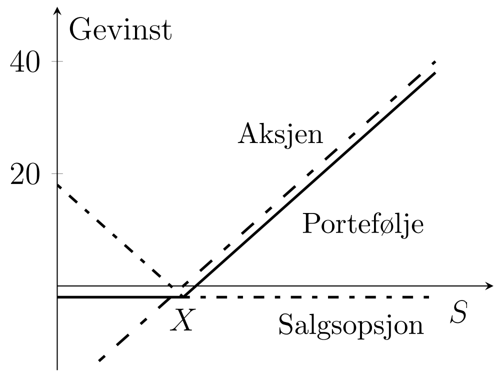
1.4 Sikring med salgsopsjon

Tabell 2 Gevinst i en portefølje av salgsopsjon og aksje fra eksempel 1.4.

Kurs	Aksje	Salgs- opsjon	Porte- følje
80	-20	18	-2
90	-10	8	-2
100	0	-2	-2
110	10	-2	8
120	20	-2	18
130	30	-2	28
140	40	-2	38

Tabellen danner grunnlag for figuren over verdipapirene og porteføljen, se figur 1.

Ved hjelp av salgsopsjonen har altså eieren av aksjen kjøpt en forsikring mot et kursfall. Premien på denne forsikringen er den premien man betaler for salgsopsjonen. I dette tilfellet har altså salgsopsjonen blitt benyttet for å sikre verdier. Opsjonen inngår i en strategi for risikostyring.



Figur 1: Kontantstrøm for kombinasjonen av en aksje og en kjøpt salgsopsjon. “Protective put”.

Legg også merke til at kombinasjonen, eller porteføljen, av eiendelen og salgsopsjonen gir en gevinstprofil som en kjøpt kjøpsopsjon. Ved hjelp av ulike kombinasjoner av verdipapirer og derivater kan man få frem nær sagt en hvilken som helst gevinstprofil. Dette kalles ofte finansiell ingeniørkunst, eller finansiell alkymi.

1.5

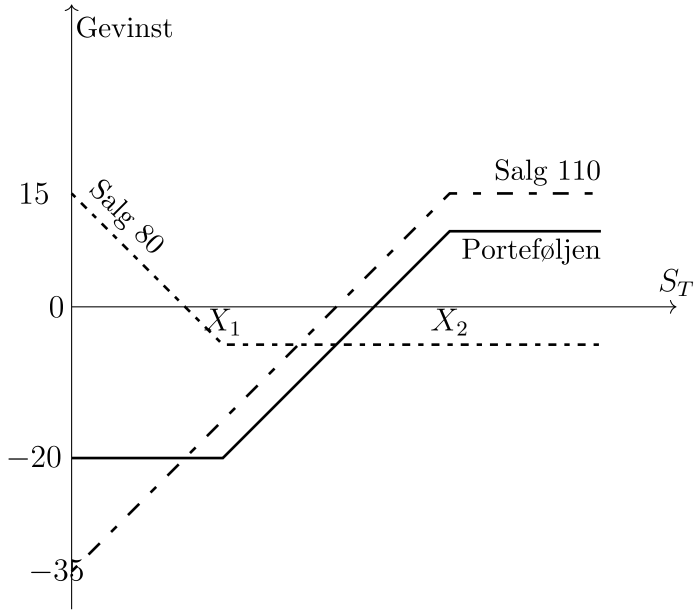
Tabellen over aktuelle verdier er vist nedenfor.

Tabell 3 Gevinstprofil for porteføljen i eksempel 1.5

Aksje-kurs	Premie 80	Premie 110	Salg 80	Salg 110	Porte-følje
60	-5	15	20	-50	-20
70	-5	15	10	-40	-20
80	-5	15	0	-30	-20
90	-5	15	0	-20	-10
100	-5	15	0	-10	0
110	-5	15	0	0	10
120	-5	15	0	0	10
130	-5	15	0	0	10

Strategien er vist i figur 2.

Vi ser at strategien sikrer en gevinst når prisene stiger, og at utstedelsen av salgsopsjonen på kurs 110 finansierer kjøpet av salgsopsjonen på 80. Dermed er både finansieringsbehovet ved kjøp eliminert, og man har skaffet seg et gulv for mye man kan tape. Motvekten er selvsagt at man heller ikke får full gevinst (15) hvis prisene beveger seg slik man antar.



Figur 2: Gevinstprofil for spekulasjonsstrategien av utstedelse av en salgsopsjon på høy innløsningskurs (X_2) og kjøp av en salgsopsjon på lav kurs (X_1). “Bull spread”.

2 Røkke og Wallenberg

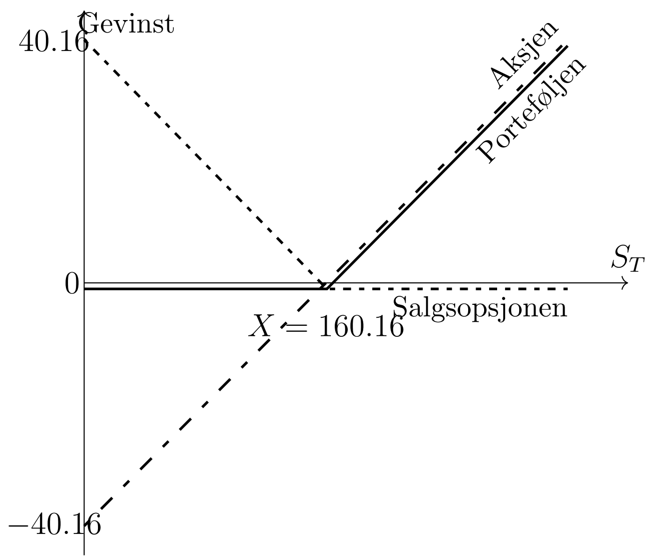
Gevinstprofilene er vist i figurene 3 og 4.

Wallenberg har altså forsikret seg mot tap på aksjen ved å avtale en salgsopsjon. Aker har på sin side skrevet salgsopsjonen uten en motgående forsikring, etter hva vi får opplyst. Hvis aksjekursen på utøvelsestidspunktet er 80, vil altså Aker tape $160,16 - 80,00 = 80,16$ for hver aksje som Wallenberg løser inn.

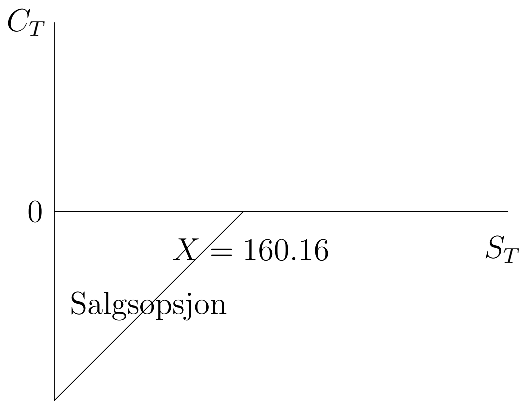
3 Kombinasjon

Porteføljen med en kjøps- og en salgsopsjon er vist i figur 5.

Det vil være gunstig å holde en portefølje med salgs- og kjøpsopsjon når du forventer økt volatilitet i markedene, men er usikker på om det blir en oppgang eller en nedgang. Porteføljen vil gjøre det tilsvarende svakt i tider med stabile markeder.



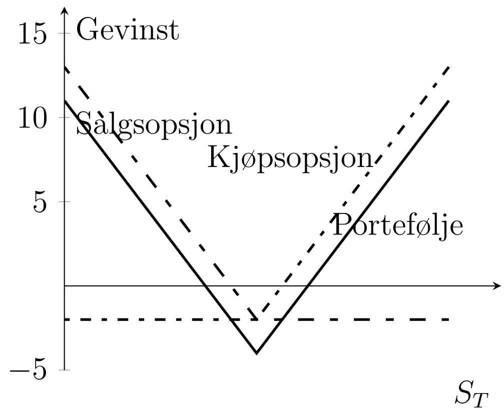
Figur 3: Wallenbergs gevinstprofil for kombinasjonen av en aksje og en kjøpt salgsopsjon. Porteføljen er vist med tykk strek.



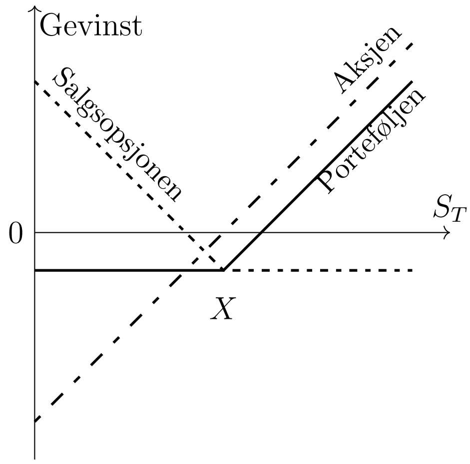
Figur 4: Akers gevinstprofil for utstedelsen av en salgsopsjon med utøvelseskurs $X = 160,16$.

4 Sikring

Gevinstprofilen for sikringen mot et kursfall er den samme som vi støtte på i oppgave 1.4 og 2. Den prinsipielle formen fremkommer i figur 6. Denne form for sikring kalles gjerne *covered put* fordi man bruker en salgsopsjon for å forsikre seg mot store kursfall.



Figur 5: Salgs- og kjøpsopsjonen og porteføljen av de to opsjonene



Figur 6: Sikring med en salgsopsjon

5 Kjøp-salgspariteten: Energifirmaet Koks

Vi bruker kjøps-salgspariteten:

$$C_0 + \frac{1}{1+r_f}X = P_0 + S_0 \qquad (1)$$

Vi isolerer C_0 og har:

$$C_0 = 12.40 + 85.00 - \frac{1}{1.075}90.00 = 13.68$$

6 Arbitrasje i Vest?

Oppgave 1 Vi kan først sjekke at kjøps-salgspariteten ikke stemmer. Vi bruker altså (1):

$$C_0 = P_0 + S_0 - \frac{1}{1+r_f}X$$
$$14.00 > 6.50 + 40.00 - \frac{1}{1.06}35.00 = 13.481$$

Forskjellen er altså $14.00 - 13.481 = 0.519$. Kjøpsopsjonen er altså overpriset sammenlignet med porteføljen av salgsopsjonen, aksjen og nåverdien fratrukket et sikkert beløp lik utøvelseskursen.

Oppgave 2 For å sikre gevinsten må man selge kjøpsopsjonen, kjøpe salgsopsjonen og aksjen, og ta opp et risikofritt lån på nåverdien av utøvelseskursen. Vi får altså:

$$C_0 + \frac{1}{1+r_f}X - P_0 - S_0 = 14.00 + 33.02 - 6.50 - 40.00 = 0.519$$

Man får altså 0.519 pr. aksje. Kjøper man 1,000 aksjer får man en arbitrasjegevinst på 519.

7 Opsjonens grenseverdier

At opsjonene ikke utøves før forfall, betyr at vi har med europeisk opsjoner å gjøre.

Oppgave 1 Siden en opsjon til å kjøpe en aksje til en positiv pris ikke kan være mer verdt enn aksjeprisen, må vi ha at $C_0 \leq S_0$. Den maksimale verdien av opsjonen er følgelig 500.

Oppgave 2 Siden en opsjon til å selge en aksje til en positiv pris ikke kan være mer verdt enn utøvelseskursen, må vi ha at $P_0 \leq X$ på forfallsdagen. Den maksimale verdien av salgsopsjonen er følgelig 550 på utøvelsestidspunktet. Siden opsjonen er europeisk, innebærer det at dagens pris på salgsopsjonen kan være maksimalt den neddiskonterte verdien av utøvelseskursen. Generelt må vi ha at $P_0 \leq \frac{1}{\left(1+r_f\right)^t}X$

Oppgave 3 Kjøpsopsjonen kan aldri ha lavere verdi enn null.

Oppgave 4 Salgsopsjonen kan aldri ha lavere verdi enn null.

8 Grenseverdi ved arbitrasje

Vi ser igjen på europpeiske opsjoner. At forfallstidspunkt er om et halvt år, betyr at $t = 0.5$.

Oppgave 1 På forfallstidspunktet T vil portefølje A være verdt S_T. Portefølje B kan ha en av to verdier. Hvis $S_T > X$, utøves opsjonen og porteføljen er verdt S_T. Hvis $S_T < X$, kastes opsjonen og porteføljen er verdt X. I sum er porteføljen verdt $\max(S_T, X)$.

Siden portefølje B er mer verdt på forfallstidspunktet, betyr at den må være mer verdt i dag, eller

$$C_0 + \frac{1}{(1+r_f)^t} X \geq S_0 \tag{2}$$

Siden opsjonen ikke kan ha en negativ verdi, må vi ha at

$$C_0 \geq \max\left(S_0 - \frac{1}{(1+r_f)^t} X, 0\right) \tag{3}$$

Den laveste verdien kjøpsopsjonen kan ha er altså null. Den høyeste verdien er forskjellen mellom dagnes aksjekurs og den neddiskonterte verdien av utøvelseskursen.

Med tallene i oppgaven har vi at

$$C_0 = \max\left(500 - \frac{1}{1.075^{0.5}} 525, 0\right) = \max(500 - 506.355, 0) = 0.00$$

Oppgave 2 Vi skal bestemme grenser for salgsopsjonen. Portefølje C er verdt X på utøvelsestidspunkteet. Portefølje D er verdt S_T hvis $S_T > X$ og X hvis $S_T < X$. I sum er porteføljen verdt $\max(S_T, X)$.

I dag må vi på samme måte som under Spørsmal 1 ha at

$$P_0 + \frac{1}{(1+r_f)^t} X \geq S_0 \tag{4}$$

og salgsoposjonen må følgelig ha grensene

$$P_0 \geq \max\left(\frac{1}{(1+r_f)^t} X - S_0, 0\right) \tag{5}$$

Vi bruker tallene i oppgaven og finner at

$$P_0 = \max\left(\frac{1}{1.075^{0.5}}525 - 500, 0\right) = 6.355$$