Kapittel 9

Produsentens tilpasning I

Løsninger

Oppgave 9.1

(a) I denne oppgaven er hensikten å komme fram til optimalitetsbetingelsen MRTS lik faktorprisforholdet, altså produsentens optimale valg av innsatsfaktorer. Som vi vet fra kapittelet kan dette gjøres både grafisk og matematisk. Jeg vil anbefale at du lærer deg begge, men i verbale utledninger blir ofte den grafiske prioritert.

For å gjøre en grafisk utledning bør du ha med følgende momenter:

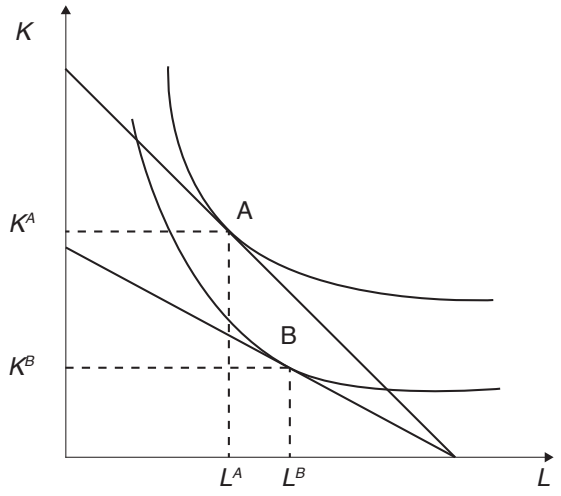
- Innledning: Her skriver du om hva du skal fram til og hvilke forutsetninger som gjelder. Sentrale forutsetninger:
  - Rasjonell produsent som maksimerer produksjonsmengden.
  - Produsenten har en gitt kostnadsramme (budsjett).
  - Fullkommen konkurranse som innebærer gitte priser i alle markeder.
- Isokost: Forklar hva denne viser, formuler den matematisk og tegn isokostlinja med helningsuttrykk og skjæringspunkter.
- Produksjon og teknologi: Forklar hva som menes med å maksimere produksjon. Presenter produktfunksjonen og isokvantene. Definer også grenseprodukt og marginal teknisk substitusjonsrate.

- Optimal tilpasning: Her settes isokosten sammen med isokvantkartet. Tegn figur. Forklar hvorfor tangeringspunktet gir optimal tilpasning. Forklar også at ved å gå fra tangeringspunktet og ut til aksene får du lest av optimal etterspørsel etter arbeidskraft og realkapital.

I den grafiske utledningen er det viktig at du viser at du kan bygge opp modellen på egenhånd. Og at leseren skjønner at du har skjønt det! Her kan det være nyttig å tenke at leseren ikke kan denne modellen, og at du skal gi en presis innføring.

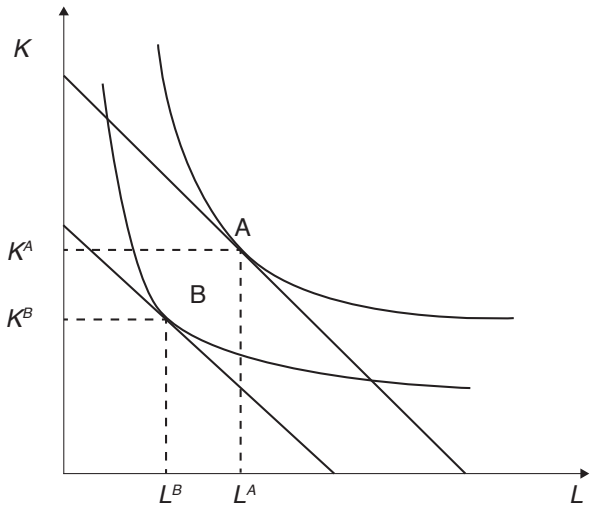
For å gjøre en matematisk utledning følger du stegene som er vist i kapittel 9.2.2 med Lagranges metode.

(b) Ettersom de to innsatsfaktorene er substitutter betyr det at de erstatter hverandre. Slik at økt pris på en av dem, fører til høyere etterspørsel etter den andre. Økt pris på realkapital gjør at skjæringspunktet til isokostlinja med den vertikale aksen blir mindre. Isokostlinja blir dermed slakere. Produsenten tilpasser seg da med en ny isokvant på den nye isokostlinja. Vi går fra punkt A til punkt B. Ved å sammenligne A og B, ser vi at etterspørselen etter realkapital har gått ned, etterspørselen etter arbeidskraft har økt, og at produksjonsmengden har falt (isokvant lenger inn i diagrammet).



(c) En reduksjon i kostnadsramma skifter isokostlinja innover. Det vil si at budsjettrommet reduseres. Jeg antar nå at begge innsatsfaktorene

er normale, slik at etterspørselen etter begge faller. Tilpasningen går fra punkt A til B. Bruken av begge innsatsfaktorene har gått ned, og produksjonsmengden har gått ned.



Oppgave 9.2

For å finne optimal bruk av innsatsfaktorene bruker vi betingelsen MRTS lik faktorprisforholdet. Vi er ikke spurt om å se på etterspørselsfunksjonene, slik at vi her går rett på å regne ut selve verdien på etterspørselen. Begge innsatsfaktorene koster 1 krone, slik at faktorprisforholdet blir 1. Her er MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{K}{L}$$

Hvor vi har derivert produktfunksjonen med hensyn på L over brøkstreken, og med hensyn på K under brøkstreken. Setter lik faktorprisforholdet:

$$\frac{K}{L} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad K = L$$

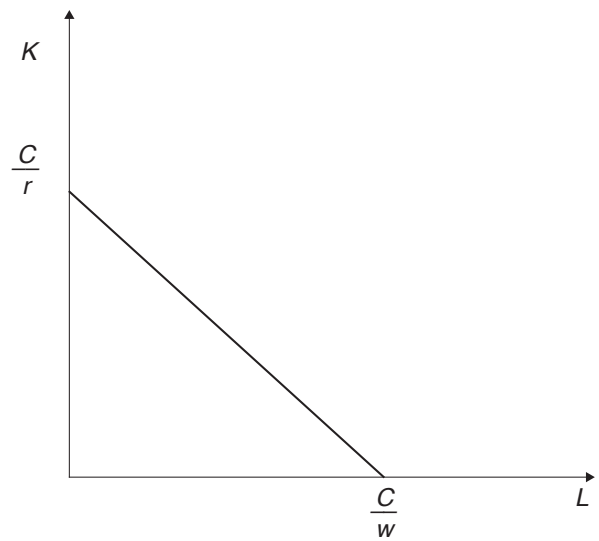
Som er tangeringspetingelsen (mellom isokost og isokvant). Setter dette inn i kostnadsramma:

$$L + K = 6 \quad \Rightarrow \quad K + K = 6 \quad \Leftrightarrow \quad 2K = 6 \quad \Leftrightarrow \quad K = 3$$

Og siden $L = K$, ser vi at etterspørselen etter både arbeidskraft og realkapital er lik 3 enheter.

Oppgave 9.3

(a) Isokosten er gitt ved: $wL + rK = C$. Her kan det også vises skjæringspunkter og helningsuttrykk slik det er vist i oppgave 9.1. Isokostlinja:



(b) Bruker betingelsen MRTS lik faktorprisforholdet (w/r). Her er MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{K^{0,5}}{L0,5K^{-0,5}} = \frac{2K^{0,5}K^{0,5}}{L} = \frac{2K}{L}$$

Finner tangeringsbetingelsen ved å sette MRTS lik faktorprisforholdet. Løser dette for K:

$$\frac{2K}{L} = \frac{2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{K}{L} = \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad K = \frac{L}{5}$$

Setter dette og tallene fra oppgaven inn i isokosten:

$$2L + 5\frac{L}{5} = 30 \quad \Leftrightarrow \quad 2L + L = 30 \quad \Leftrightarrow \quad 3L = 30 \quad \Leftrightarrow \quad L = 10$$

Finner K ved å sette $L = 10$ inn i uttrykket for K over:

$$K = \frac{L}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

Altså blir det etterspurt 10 enheter arbeidskraft og 2 enheter realkapital.

(c) Dette finner vi ved å sette optimal L og K inn i produktfunksjonen:

$$X = LK^{0,5} = 10 \cdot 2^{0,5} \approx 14$$

Oppgave 9.4

Substitumalen viser optimale faktorkombinasjoner for ulike kostnadsnivåer. Ulike kostnadsnivåer er det samme som ulike nivåer på kostnadsramma som innebærer ulike isokostlinjer. De ulike isokostlinjene er paralellforskyvninger. Tegner vi inn flere isokvanter som tangerer de ulike isokostlinjene får vi fram optimale tilpasninger. Trekker vi så en linje gjennom disse optimale punktene framkommer substitumalen. Den grafiske utledningen kan vises på nøyaktig samme måte som i figur 9.4 i læreboka.

Oppgave 9.5

(a) I denne oppgaven er problemstillingen snudd på hodet. Det vil si at produsenten ønsker nå å minimere kostnadene for et gitt produksjonsmål. Det vil si at det nå er isokosten som er målfunksjonen, og produktfunksjonen som er bibetingelsen. Altså:

$$\min_{L,K} wL + rK \quad \text{gitt} \quad 10L^{0,5}K^{0,5} = 80$$

Fremgangsmåten for å løse dette er nesten likt som ved maksimering av produksjon. Tangeringsbetingelsen må fremdeles holde. Men vi setter nå tangeringsbetingelsen inn i produktfunksjonen og ikke isokosten, siden det nå er produktfunksjonen som er bibetingelsen. Starter derfor med å finne MRTS:

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{0,5 \cdot 10L^{-0,5}K^{0,5}}{10L^{0,5}0,5K^{-0,5}} = \frac{L^{-0,5}K^{0,5}}{L^{0,5}K^{-0,5}} = \frac{K^{0,5}K^{0,5}}{L^{0,5}L^{0,5}} = \frac{K}{L}$$

Faktorprisforholdet er $w/r = 10/40 = 1/4$. Setter dette lik MRTS og løser for K:

$$\frac{K}{L} = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad K = \frac{L}{4}$$

Setter så dette inn i produktfunksjonen:

$$10L^{0,5}\left(\frac{L}{4}\right)^{0,5} = 80 \quad \Leftrightarrow \quad 10L^{0,5}\frac{L^{0,5}}{4^{0,5}} = 80$$

Og løser for L:

$$10L^{0,5}\frac{L^{0,5}}{2} = 80 \quad \Leftrightarrow \quad 5L = 80 \quad \Leftrightarrow \quad L = 16$$

Setter vi $L = 16$ inn i uttrykket for K får vi: $K = L/4 = 16/4 = 4$. Vi har dermed funnet optimal bruk av arbeidskraft og realkapital.

(b) Dette finner vi ved å sette $L = 16$ og $K = 4$ inn i målfunksjonen, som er isokosten:

$$wL + rK = 10 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320$$