

# UNIVERSITETET I OSLO

## ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: ECON3610/4610 – Samfunnsøkonomisk lønnsomhet og økonomisk politikk  
*Exam: ECON3610/4610 - Resource Allocation and Economic Policy*

Eksamensdag: Mandag 28. november 2011  
*Date of exam: Monday, November 28, 2011*

**Sensur kunngjøres: 16. Desember 2011**  
***Grades will be given: December 16, 2011***

Tid for eksamen: kl. 14.30 – 17.30  
*Time for exam: 2:30 p.m. – 5:30 p.m.*

Oppgavesettet er på 7 sider  
*The problem set covers 7 pages*

***English version on page 4***

Tillatte hjelpemidler:

- Ingen tillatte hjelpemidler

*Resources allowed:*

- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

*The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.*

### **Oppgave 1 (vekt 15%)**

Anta at det produseres to goder i økonomien i mengder  $X_1$  og  $X_2$ , og la befolkningen være representert av en enkelt forbruker med standard nyttefunksjon

$$U(X_1, X_2, N), \tag{1}$$

der  $N$  er forbrukerens arbeidsinnsats. Godene produseres ved hjelp av arbeidskraft og en kollektiv innsatsfaktor,  $G$ , som f. eks. kan være en form for infrastruktur.  $G$  produseres ved hjelp av arbeidskraft.

Produktfunksjonene har standard egenskaper og skrives

$$X_1 = F_1(N_1, G) \tag{2}$$

$$X_2 = F_2(N_2, G) \tag{3}$$

$$G = H(N_3) \tag{4}$$

Arbeidsinnsatsen kan variere og fordeles på produksjonssektorene slik at

$$N = N_1 + N_2 + N_3. \quad (5)$$

To av betingelsene som må holde for å oppnå samfunnsøkonomisk effektiv allokering, er

$$\frac{-\partial U / \partial N}{\partial U / \partial X_1} = \frac{\partial F_1}{\partial N_1} \quad (6)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial G} + \frac{\partial U / \partial X_2}{\partial U / \partial X_1} \frac{\partial F_2}{\partial G} = \frac{\partial F_1 / \partial N_1}{H'} \quad (7)$$

Forklar det økonomiske innholdet i (6) og (7).

### **Oppgave 2 (vekt 45%)**

Betrakt følgende lukkede økonomi. Det produseres to konsumgoder i mengder  $X_1$  og  $X_2$ , som forbrukes av to konsumenter, omtalt som 1 og 2. I produksjonen brukes henholdsvis  $N_1$  og  $N_2$  enheter arbeidskraft. Dessuten brukes en mengde  $V$  av en annen innsatsfaktor i produksjonen av gode 1. Denne faktoren produseres ved hjelp av  $N_3$  enheter arbeidskraft. Produktfunksjonene antas å ha standard egenskaper og skrives

$$X_1 = F(N_1, V) \quad (1)$$

$$X_2 = G(N_2) \quad (2)$$

$$V = H(N_3) \quad (3)$$

Det foreligger en gitt (eksogen) mengde arbeidskraft,  $N$ .

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (4)$$

La  $x_{11}, x_{21}, x_{12}, x_{22}$  betegne mengdene av gode 1 som forbrukes av konsument 1, gode 2 som forbrukes av konsument 1, gode 1 som forbrukes av konsument 2 og gode 2 som forbrukes av konsument 2. Det følger at

$$X_1 = x_{11} + x_{12} \quad (5)$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} \quad (6)$$

I tillegg til å ha nytte av disse godene utsettes begge konsumentene for en forurensningsplage forårsaket av bruken av  $V$ . Vi kan derfor skrive de respektive nyttefunksjonene som

$$U_1(x_{11}, x_{21}, V) \quad (7)$$

$$U_2(x_{12}, x_{22}, V) \quad (8)$$

der  $V$  har negativ effekt og godene har positiv effekt på nytten.

Det antas at hver konsument og hver produsent representerer mange individer og oppfatter seg som en liten enhet i økonomien.

a) Forklar hva som menes med en samfunnsøkonomisk effektiv allokering.

For å få en samfunnsøkonomisk effektiv allokering må følgende betingelser være oppfylt.

$$\frac{\partial U_1 / \partial x_{21}}{\partial U_1 / \partial x_{11}} = \frac{\partial U_2 / \partial x_{22}}{\partial U_2 / \partial x_{12}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_1 / \partial x_{21}}{\partial U_1 / \partial x_{11}} = \frac{\partial F / \partial N_1}{G'} \quad (10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{\partial F / \partial N_1}{H'} = \frac{\partial U_1 / \partial V}{\partial U_1 / \partial x_{11}} = \frac{\partial U_2 / \partial V}{\partial U_2 / \partial x_{12}} \quad (11)$$

b) Forklar det økonomiske innholdet i disse betingelsene.

c) Vis hvilke av disse betingelsene som blir oppfylt i en uregulert markedsøkonomi under perfekt konkurranse.

d) Analyser om en avgift på bruken av  $V$  kan gjøre at en får realisert en samfunnsøkonomisk effektiv allokering.

Anta at istedenfor å legge avgift på  $V$ , vurderer en å legge avgift på produksjonen av  $X_1$ .

e) Drøft virkninger på den samfunnsøkonomiske effektiviteten av en slik avgift. (Du avgjør selv hvor mye du vil utnytte matematiske utledninger eller verbal forklaring for å få fram poengene dine).

### Oppgave 3 (vekt 40%)

Vi betrakter en aktør på to tidspunkter, 1 og 2. Denne aktøren representerer mange aktører i befolkningen og oppfatter seg som en liten enhet i økonomien.

På tidspunkt 1 har aktøren en ressursmengde  $Y$ , som kan brukes til forbruk,  $C_1$ , eller investering,  $I$ .

$$Y = C_1 + I \quad (1)$$

Investeringen kan fordeles med  $I_1$  på kapital av type 1 og  $I_2$  på kapital av type 2.

$$I = I_1 + I_2 \quad (2)$$

Forbruket på tidspunkt 2,  $C_2$ , er bestemt av investeringene på tidspunkt 1 slik at

$$C_2 = F(I_1) + G(I_2). \quad (3)$$

der  $F' > 0, F'' < 0$  og  $G' > 0, G'' < 0$ .

Forbrukeren har nyttefunksjonen

$$U(C_1, C_2) \tag{4}$$

med standard egenskaper.

- a) Utled og tolk betingelsen for produksjonseffektivitet i denne økonomien. Illustrer i et ”badekardiagram”.
- b) Forklar med ord hvorfor følgende betingelse må gjelde for å få samfunnsøkonomisk effektivitet:

$$\frac{\partial U / \partial C_1}{\partial U / \partial C_2} = F'(I_1). \tag{5}$$

Aktøren vi ser på, er både forbruker og investor, som velger forbruk og investeringer.

- c) Anta at det innføres en skatt på tidspunkt 2 med sats  $t$  slik at det betales et beløp  $t[F(I_1) + G(I_2)]$  i skatt. Drøft mulige effektivitetsproblemer.
- d) Anta at det i stedet legges en skatt med sats  $s$  bare på avkastningen av  $I_1$  slik at skattebeløpet blir  $sF(I_1)$ . Drøft mulige effektivitetsproblemer. Illustrer i et ”badekardiagram”.

## ENGLISH VERSION

### **Problem 1 (weight 15%)**

Suppose that two goods are produced in quantities  $X_1$  and  $X_2$ , and let the population be represented by a single consumer with a standard utility function

$$U(X_1, X_2, N), \tag{1}$$

where  $N$  is the consumer’s labour effort. The goods are produced by means of labour and a public input,  $G$ , that for instance may be some type of infrastructure.  $G$  is produced by means of labour.

The production functions have standard properties and can be written as

$$X_1 = F_1(N_1, G) \tag{2}$$

$$X_2 = F_2(N_2, G) \tag{3}$$

$$G = H(N_3) \tag{4}$$

Labour supply can vary and is allocated among production sectors such that

$$N = N_1 + N_2 + N_3. \tag{5}$$

To achieve a socially efficient allocation, two of the conditions that must hold are

$$\frac{-\partial U / \partial N}{\partial U / \partial X_1} = \frac{\partial F_1}{\partial N_1} \quad (6)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial G} + \frac{\partial U / \partial X_2}{\partial U / \partial X_1} \frac{\partial F_2}{\partial G} = \frac{\partial F_1 / \partial N_1}{H'} \quad (7)$$

Explain the economic contents of (6) and (7).

**Problem 2 (weight 45%)**

Consider the following closed economy. Two goods are produced in quantities  $X_1$  and  $X_2$ , which are consumed by two consumers, labelled 1 and 2, respectively. In the production of the two goods, one uses, respectively,  $N_1$  and  $N_2$  units of labour. Moreover, an amount  $V$  of another factor of production is used as input in the production of good 1. This factor is produced by means of  $N_3$  units of labour. The production functions are assumed to have standard properties and are written as

$$X_1 = F(N_1, V) \quad (1)$$

$$X_2 = G(N_2) \quad (2)$$

$$V = H(N_3) \quad (3)$$

A fixed (exogenous) amount  $N$  of labour is available.

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (4)$$

Let  $x_{11}, x_{21}, x_{12}, x_{22}$  denote, respectively, the amounts of good 1 consumed by consumer 1, good 2 consumed by consumer 1, good 1 consumed by consumer 2, and good 2 consumed by consumer 2. It follows that

$$X_1 = x_{11} + x_{12} \quad (5)$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} \quad (6)$$

Apart from deriving utility from these goods, both consumers incur disbenefits from pollution generated by the use of  $V$ . We can therefore write the respective utility functions as

$$U_1(x_{11}, x_{21}, V) \quad (7)$$

$$U_2(x_{12}, x_{22}, V) \quad (8)$$

where  $V$  has a negative impact and the goods have positive effects on utility.

It is assumed that a consumer and a producer represents many individuals and conceives of herself/himself as a small unit in the economy.

- a) Explain what we mean by a socially efficient allocation.

To obtain a socially efficient allocation, the following conditions must hold.

$$\frac{\partial U_1 / \partial x_{21}}{\partial U_1 / \partial x_{11}} = \frac{\partial U_2 / \partial x_{22}}{\partial U_2 / \partial x_{12}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial U_1 / \partial x_{21}}{\partial U_1 / \partial x_{11}} = \frac{\partial F / \partial N_1}{G'} \quad (10)$$

$$\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{\partial F / \partial N_1}{H'} - \frac{\partial U_1 / \partial V}{\partial U_1 / \partial x_{11}} - \frac{\partial U_2 / \partial V}{\partial U_2 / \partial x_{12}} \quad (11)$$

- b) Explain the economic contents of these conditions.
- c) Show which of these conditions that will be valid in an unregulated market economy under perfect competition.
- d) Analyse whether a tax on the use of  $V$  can be instrumental in achieving a socially efficient allocation.

Suppose that, instead of levying a tax on  $V$ , one contemplates imposing a tax on the production of  $X_1$ .

- e) Discuss the effects of this tax on social efficiency. (You choose yourself to what extent you will rely on mathematical derivations or verbal explanations to convey your insights.)

### **Problem 3 (weight 40%)**

We consider an agent at times 1 and 2. This agent represents many agents in the economy and conceives of herself/himself as a small unit in the economy.

At time 1, the agent has a resource endowment,  $Y$ , which can be used for consumption,  $C_1$ , or investment,  $I$ .

$$Y = C_1 + I \quad (1)$$

The investment can be divided between capital of type 1, with amount  $I_1$ , and capital of type 2, with amount  $I_2$ .

$$I = I_1 + I_2 \quad (2)$$

Consumption at time 2,  $C_2$ , is determined by the investments at time 1 such that

$$C_2 = F(I_1) + G(I_2). \quad (3)$$

where  $F' > 0, F'' < 0$  and  $G' > 0, G'' < 0$ .

The consumer has the utility function

$$U(C_1, C_2) \quad (4)$$

with standard properties

- a) Derive and interpret the condition for production efficiency in this economy. Illustrate in a “bath tub diagram”.
- b) Explain verbally why the following condition must hold to obtain social efficiency.

$$\frac{\partial U / \partial C_1}{\partial U / \partial C_2} = F'(I_1) \quad (5)$$

Assume that the agent is both a consumer and an investor choosing consumption and how to invest.

- c) Suppose that a tax is levied, at rate  $t$ , at time 2 such that the tax liability is  $t[F(I_1) + G(I_2)]$ . Discuss conceivable efficiency problems.
- d) Suppose that instead a tax is levied, at rate  $s$ , on the return to  $I_1$  such that the tax liability is  $sF(I_1)$ . Discuss conceivable efficiency problems. Illustrate in a “bath tub diagram”.