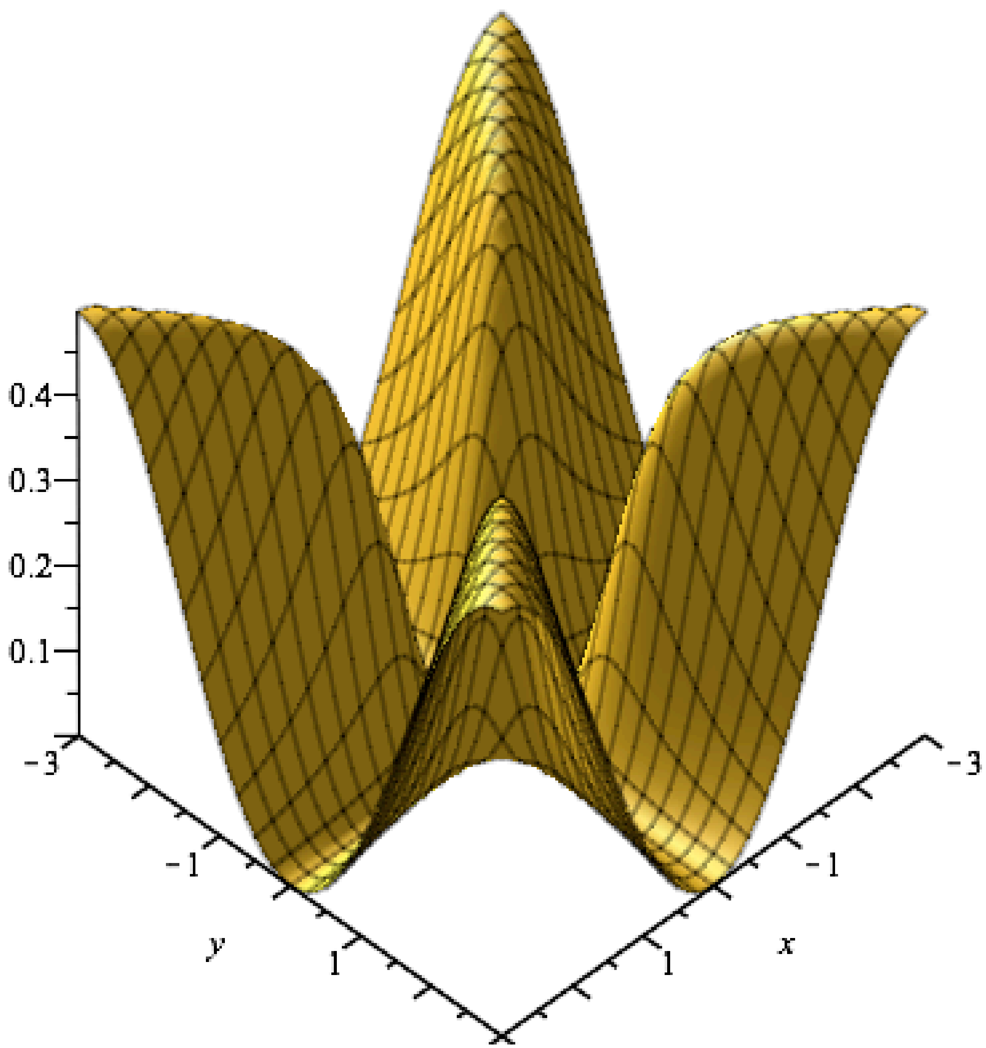
Oppgave 10.8.10:

> $with(plots)$

$[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]$ **(1**

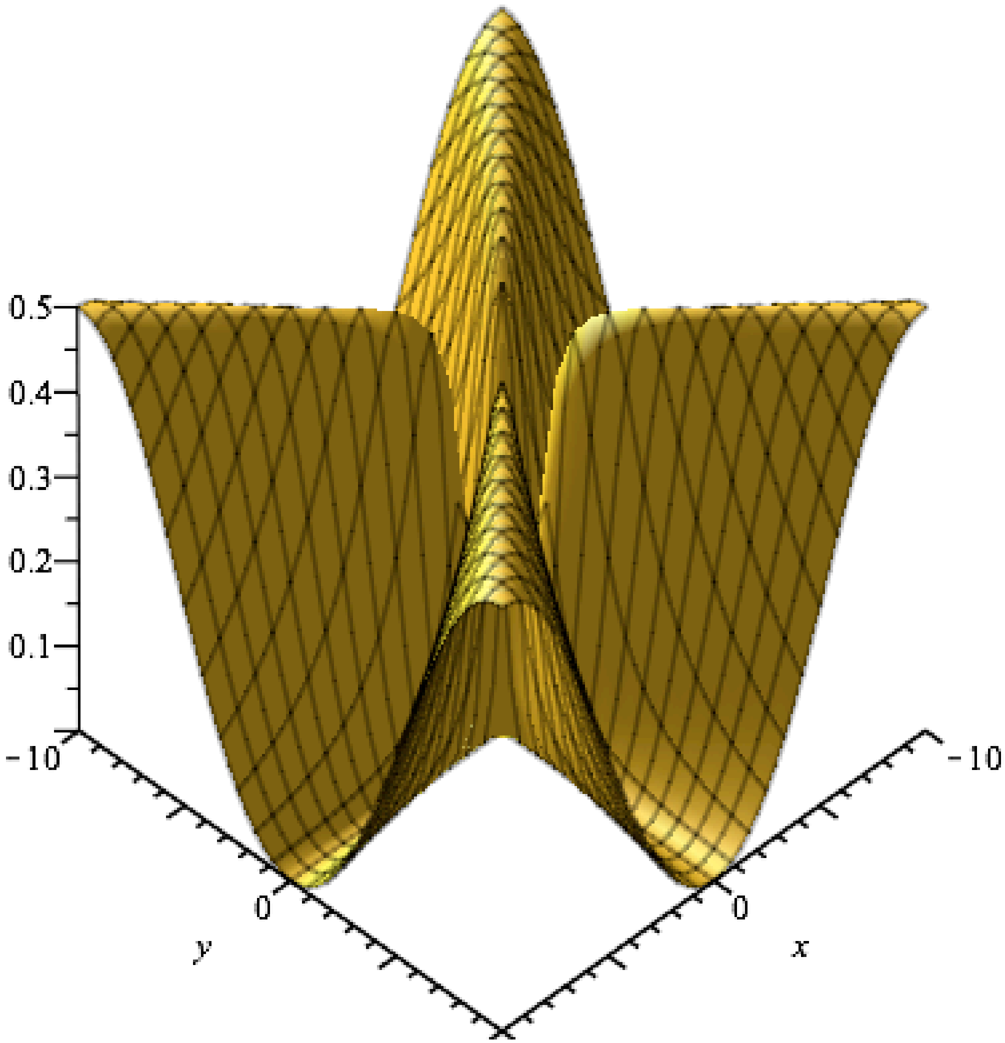
a)

> $plot3d\left(\frac{x^2 \cdot y^2}{x^4 + y^4 + 1}, x = -3..3, y = -3..3, color = \text{"Goldenrod"}, axes = framed\right)$



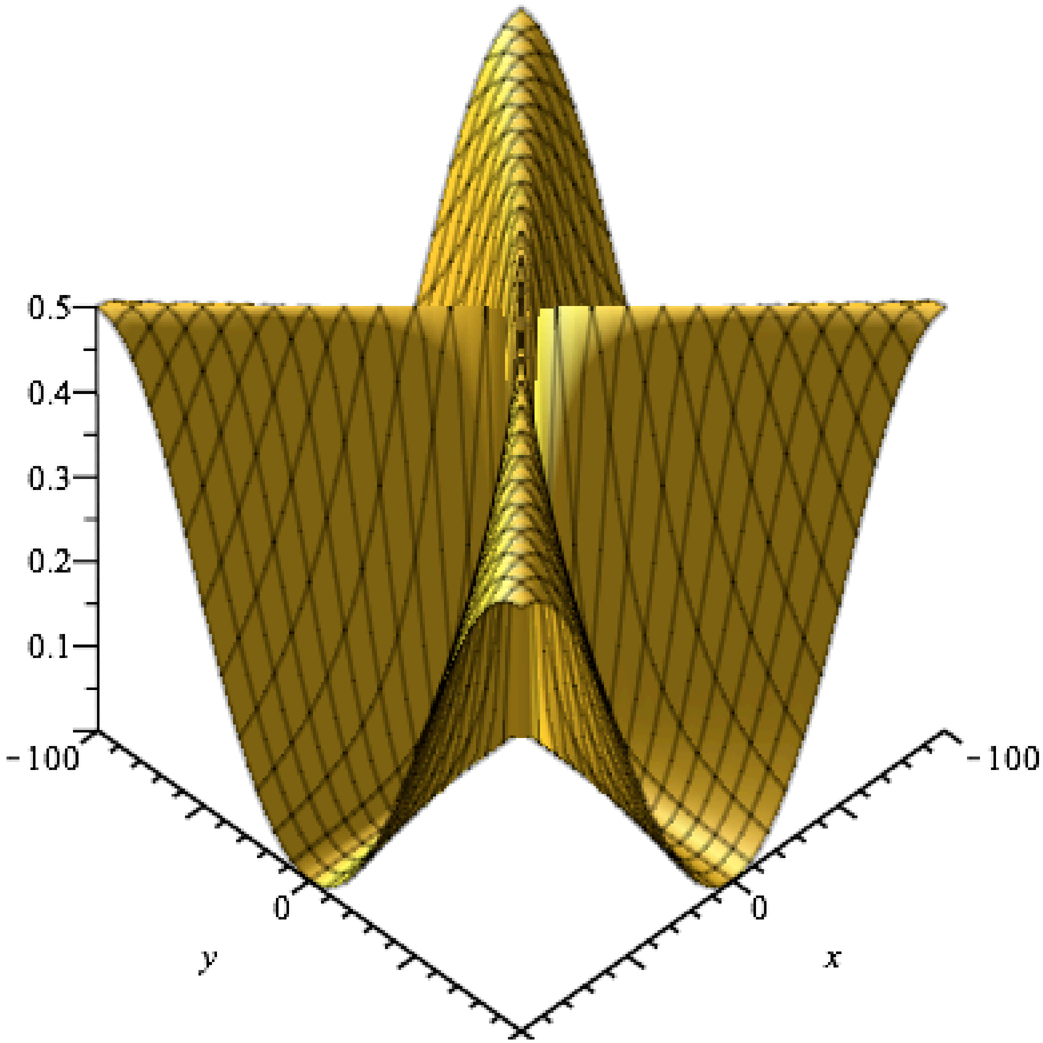
Toppene i dette avgrensede landskapet havnet i de fire hjørnene. (Du ser det bedre om du dreier litt på figuren.) Vi må derfor tegne grafen over et større område. Vi prøver:

> $plot3d\left(\dfrac{x^2 \cdot y^2}{x^4 + y^4 + 1}, x = -10..10, y = -10..10, color = \text{"Goldenrod"}, axes = framed\right)$



Det hjalp ikke. Vi tar et siste forsøk:

> $plot3d\left(\frac{x^2 \cdot y^2}{x^4 + y^4 + 1}, x = -100\,..100, y = -100\,..100, color = \text{"Goldenrod"}, axes = framed\right)$



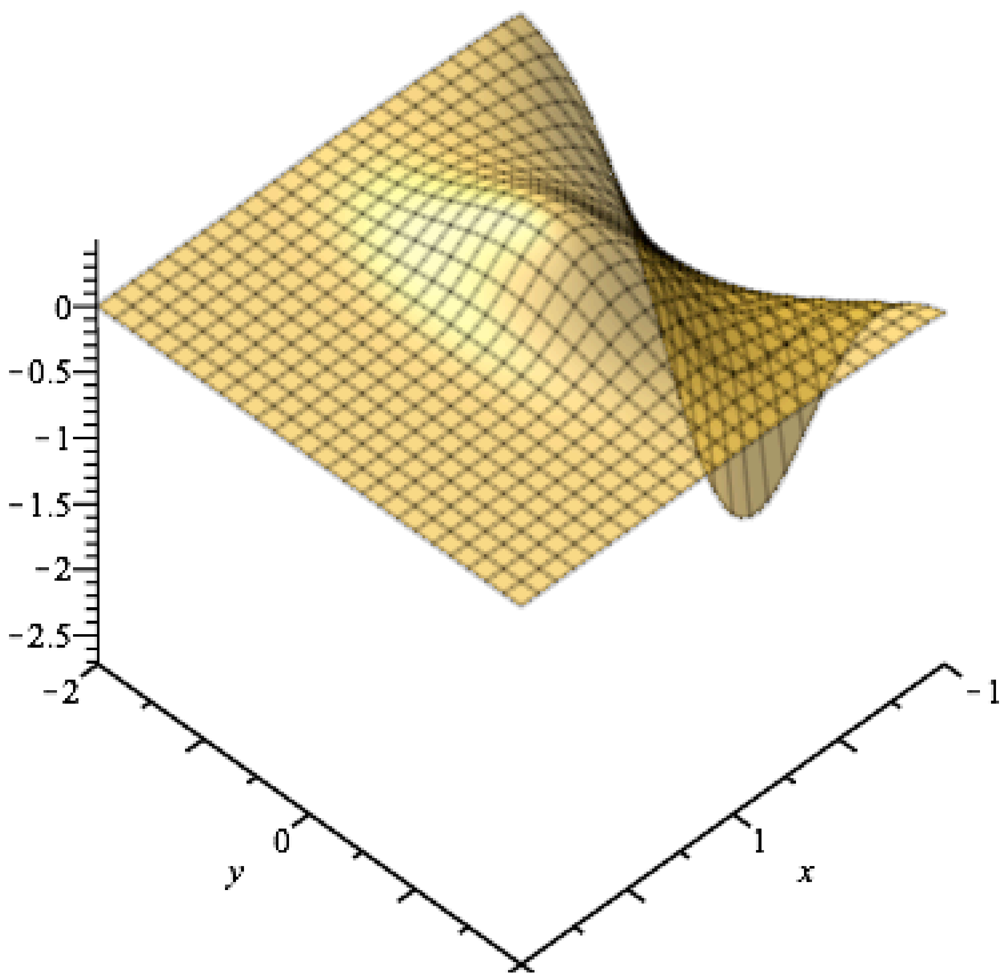
Nei, dette går ikke. La oss gå tilbake til funksjonsuttrykket og bruke hjernen i steden for Maple.

Et lite resonnement viser at funksjonsverdien er størst når både x^2 og y^2 er størst mulig, og at grenseverdien når $x^2 \to \infty$ og $y^2 \to \infty$ er lik $\frac{1}{2}$.

Funksjonen har altså ingen maksima, verken lokale eller globale, dersom vi ikke begrenser definisjonsområdet.

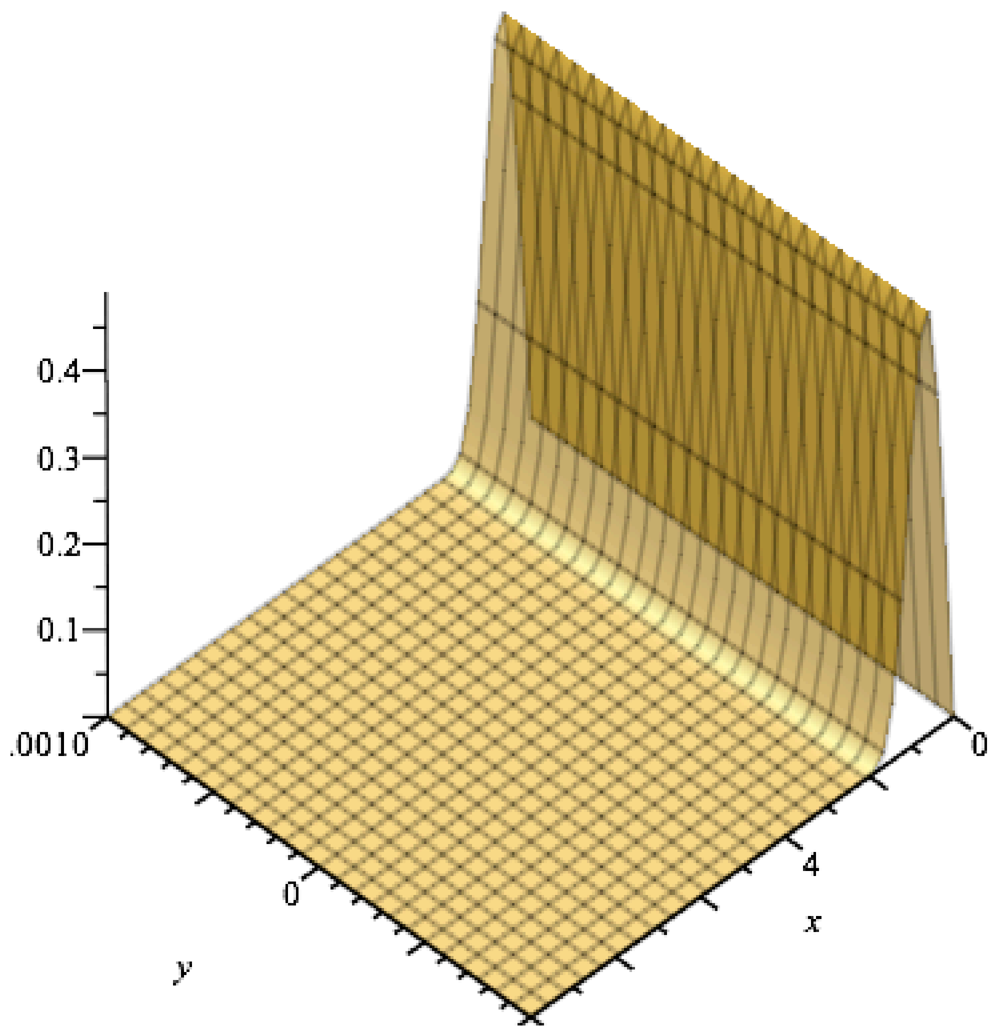
b)

> $plot3d\left(x\cdot\exp\left(-x^3 - y^2\right), x=-1..3, y=-2..2, axes=framed, color="\text{Goldenrod}", transparency=0.3\right)$



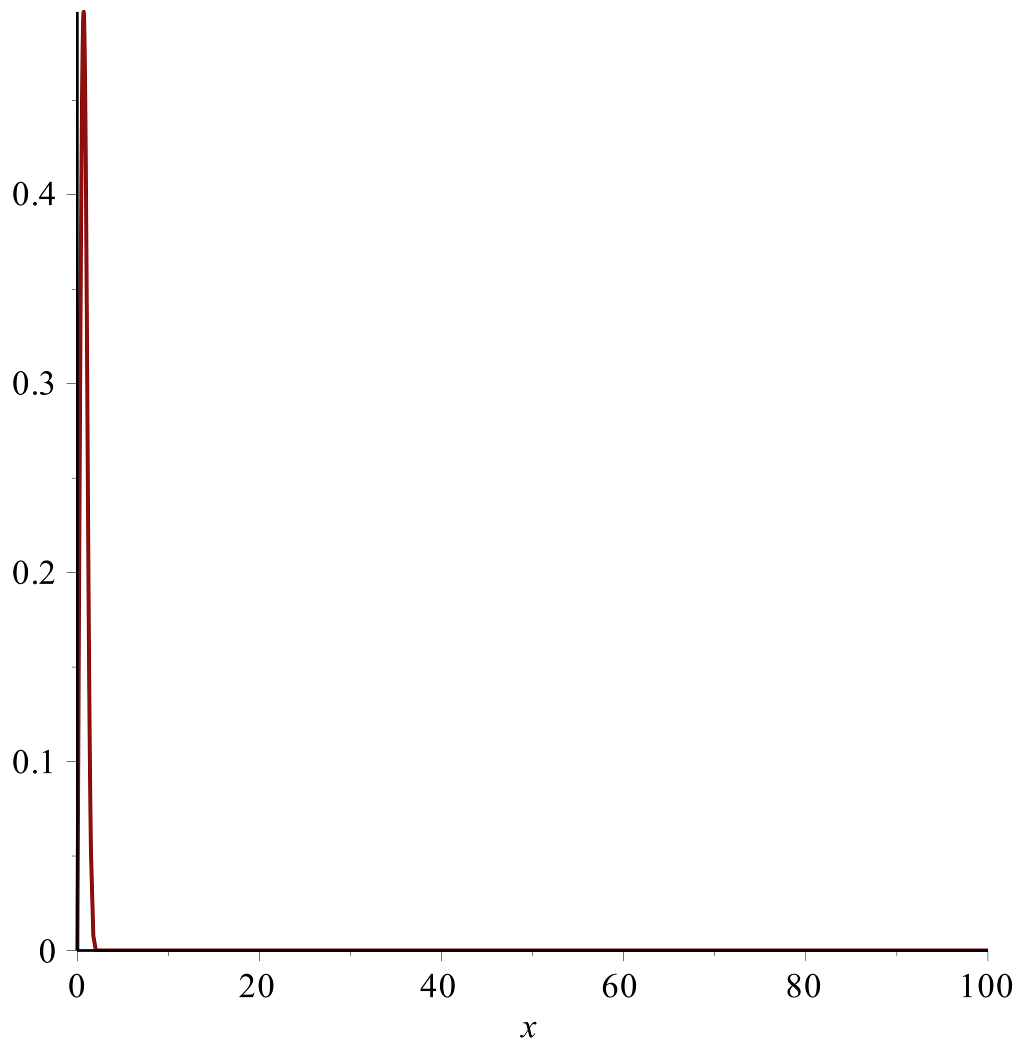
Det ser ut som om funksjonen har et lokalt maksimum i nærheten av origo? Det kan ikke være selve origo, for der er $x = 0$, og dervedfunksjonsverdien lik null. Det er også klart at eksponensialfunksjonen bare har positive funksjonsverdier, så $x > 0$ i mulige lokale maksimalpunkter. Videre er $f(-y) = f(y)$, og funksjonsverdien avtar når y^2 øker. Så $y = 0$ i eventuelle lokale maksimumspunkter. Vi prøver derfor å tegne grafen for $x > 0$ og $y \approx 0$:

> $plot3d\left(x \cdot \exp\left(-x^3 - y^2\right), x = 0..10, y = -0.001..0.001, axes = framed, color = \text{"Goldenrod"}, transparency = 0.3\right)$



Det ser ut til at funksjonen har et eneste maksimum, og at det ligger nær punktet $(1, 0)$. Egentlig burde vi heller tegne grafen til énvariabelfunksjonen $g(x) = x \cdot \exp(-x^3)$ for $x > 0$. Men det beste er antakelig å koble inn hjernen litt igjen. For ser vi på funksjonsuttrykket, er det klart at $\exp(-x^3) \rightarrow 0$ veldig raskt når $x \rightarrow \infty$, og mye raskere enn x vokser. Så produktet går mot null. Altså er dette virkelig det eneste maksimumspunktet. For å være helt trygg, kan vi jo tegne grafen til $g(x)$:

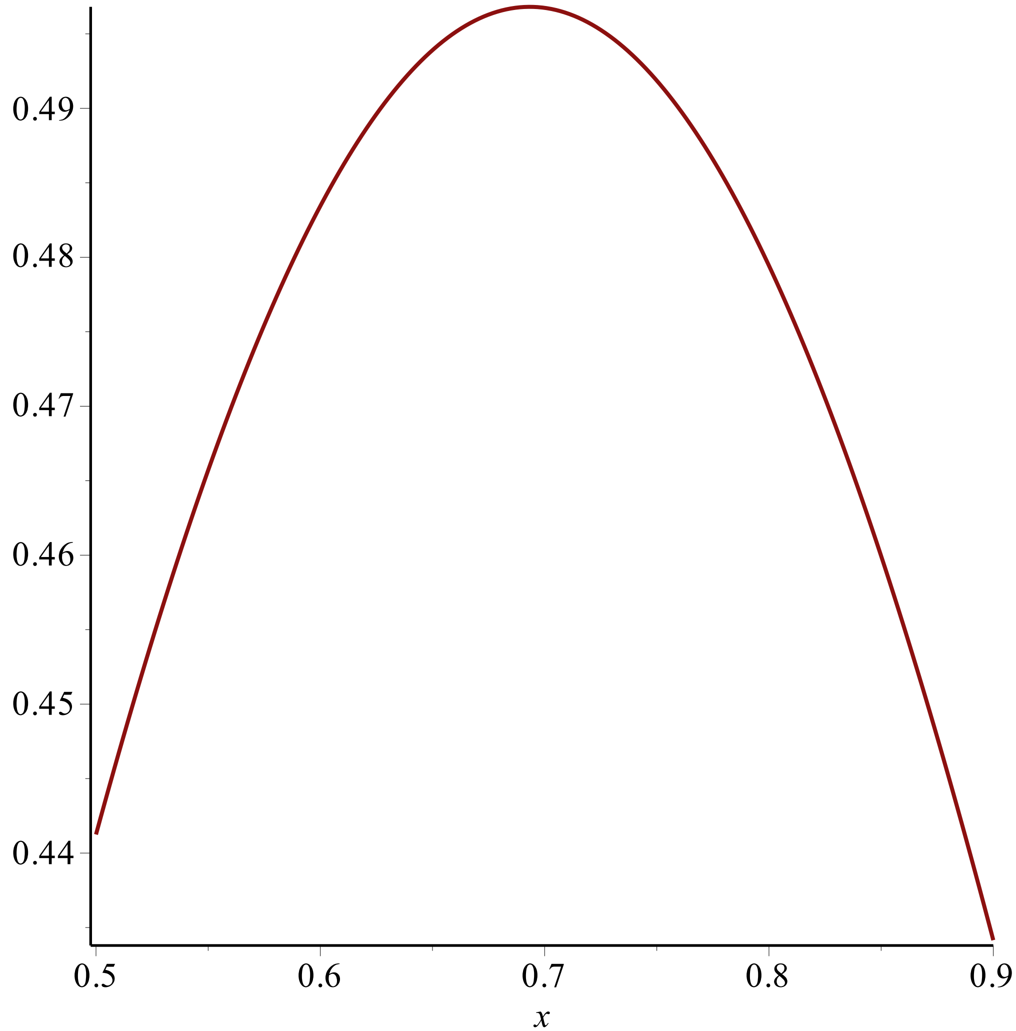
> $plot(x \cdot \exp(-x^3), x = 0 ..100)$



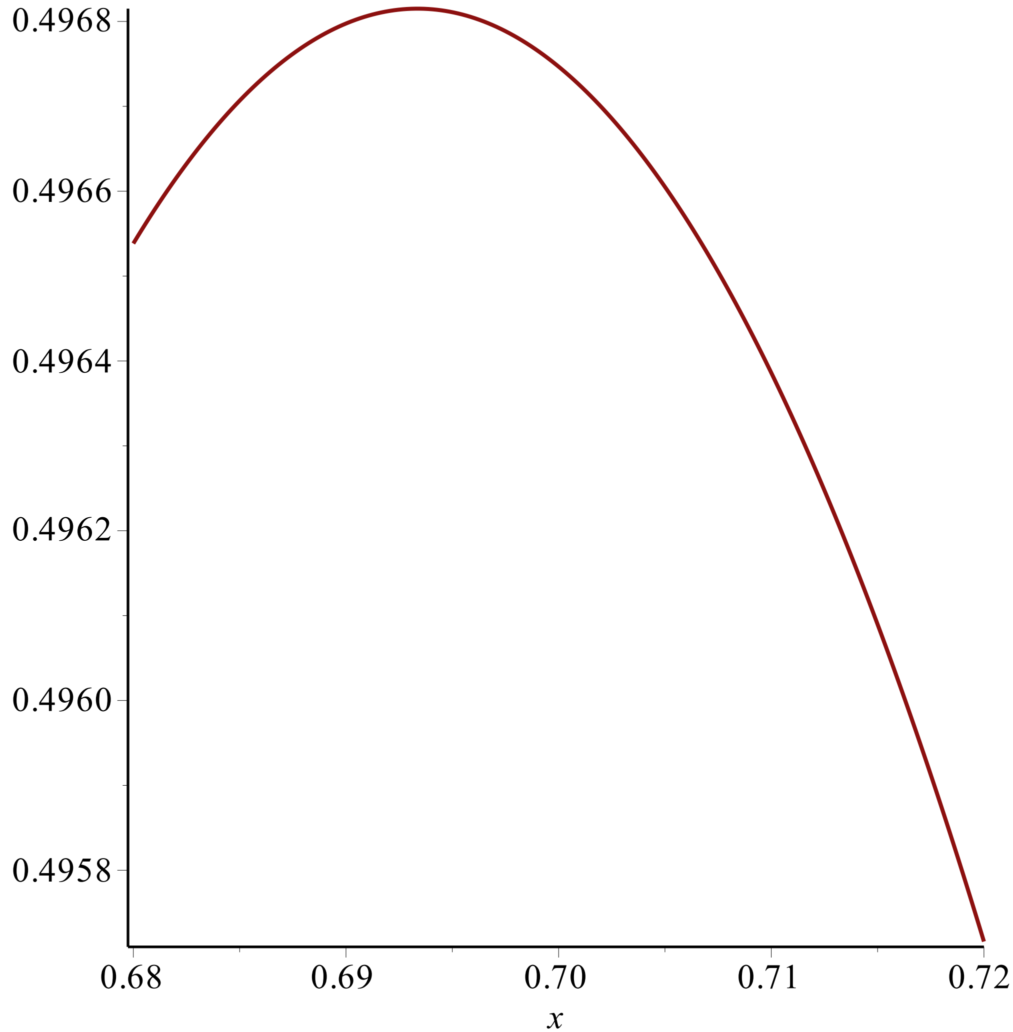
> $plot\left(x\cdot\exp\left(-x^3\right), x=0.9..1.1\right)$

Oj, maksimumspunktet ligger ikke så veldig nær $x=1$ likevel. (Grafer kan bedra!)
Men vi gir oss ikke:

> $plot\left(x\cdot\exp\left(-x^3\right), x=0.5..0.9\right)$



> $plot\left(x\cdot\exp\left(-x^3\right), x=0.68..0.72\right)$



Vi anslår at landskapet har sin eneste topp i punktet $(0.695, 0, 0.4968)$.

>