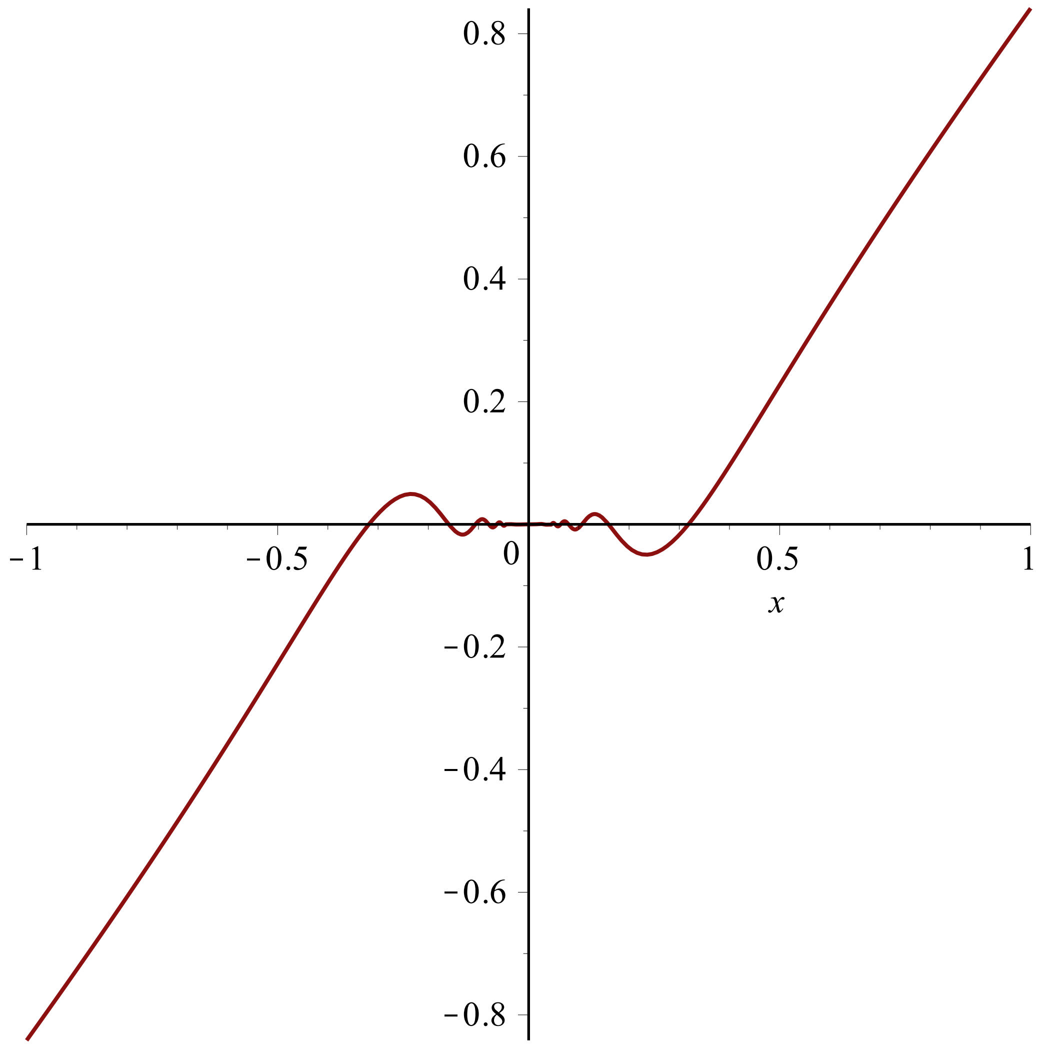
Oppgave 2.2.24

a)

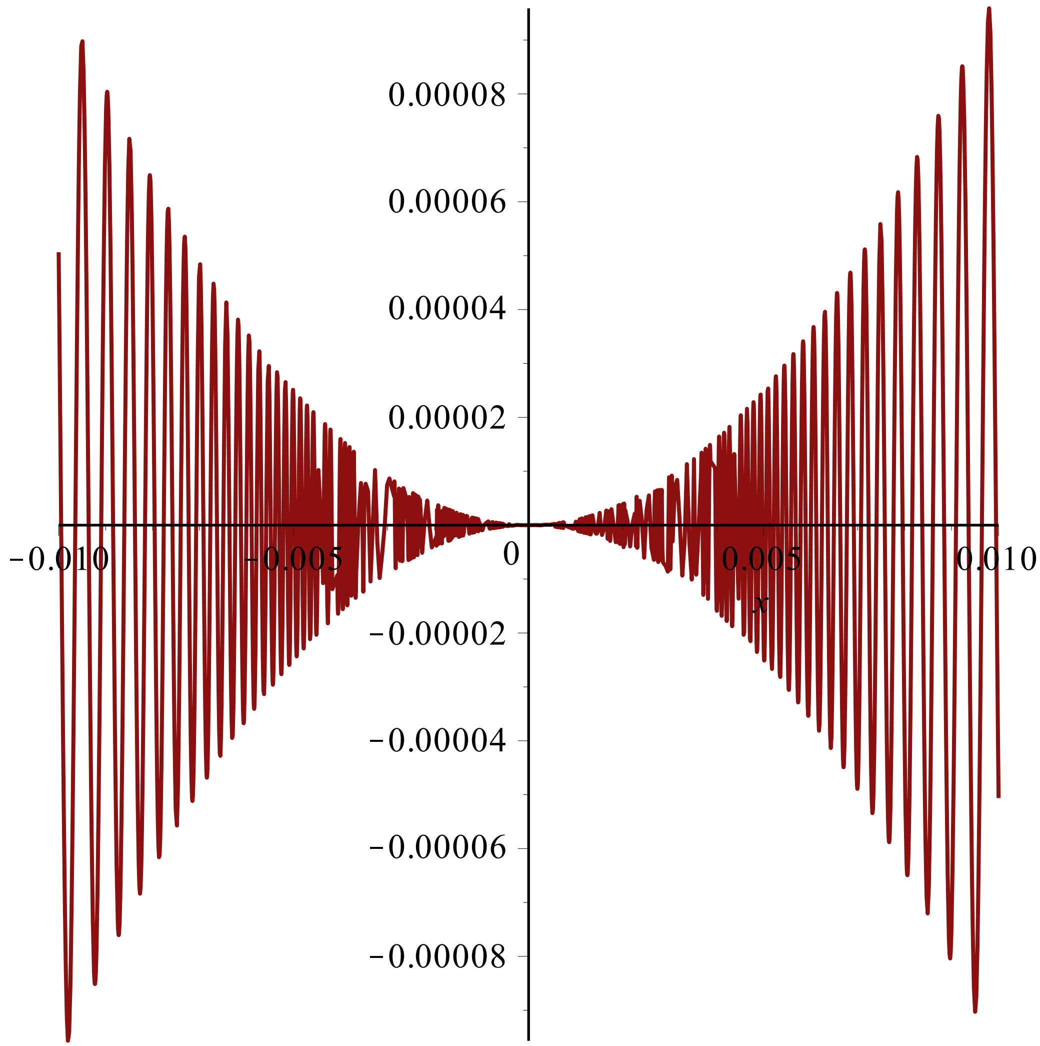
Siden vi bare skal bruke plottekommandoen *plot*, behøver vi egentlig ikke å hente inn Maples plottekommandoer, for *plot* finnes blant standardkommandoene.

> $plot\left(x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), x = -1..1\right)$



Det ser ut som om grenseverdien blir null. For å få et mer nøyaktig overslag, tegner vi grafen på et mindre intervall om origo

> $plot\left(x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), x = -0.01 \,..\, 0.01\right)$



Det ser fremdeles ut til at grenseverdien er null. Godt gjort av Maple å tegne så presist. Husk funksjonen er ikke egentlig definert i origo. Det ser ut som om Maple har tatt grenseverdien null som funksjonsverdi for $x = 0$ helt på egen hånd.

For å beregne en slik grenseverdi har Maple kommandoen *limit* (Legg merke til at vi skriver $x=0$ for å fortelle Maple at det er x som skal variere ved å nærme seg null. Definisjonen av en grenseverdi er likevel som før: vi skal aldri evaluere uttrykket som står først for verdien $x=0$, men bare for x-verdier nær null.

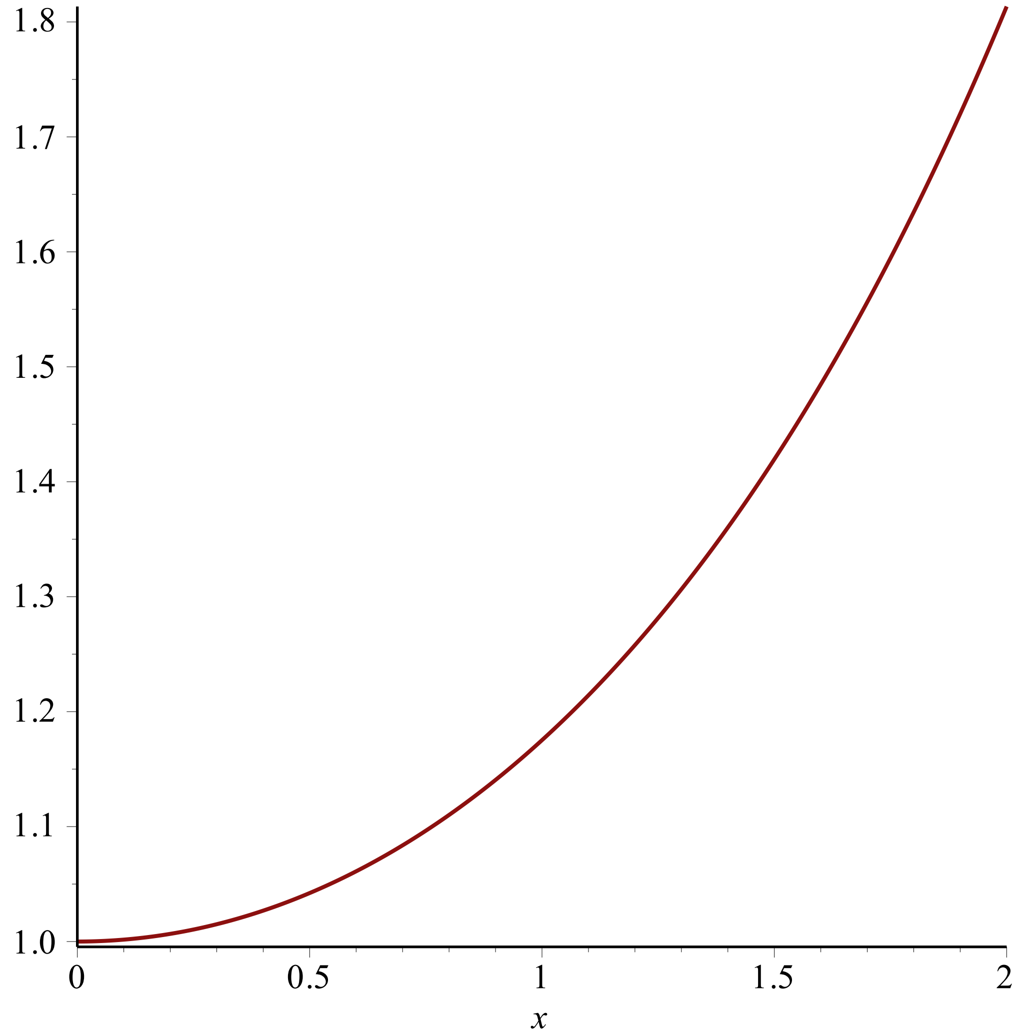
> $limit\left(x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), x = 0\right)$

$$0 \qquad \textbf{(1}$$

Oppgave 2.2.24

b)

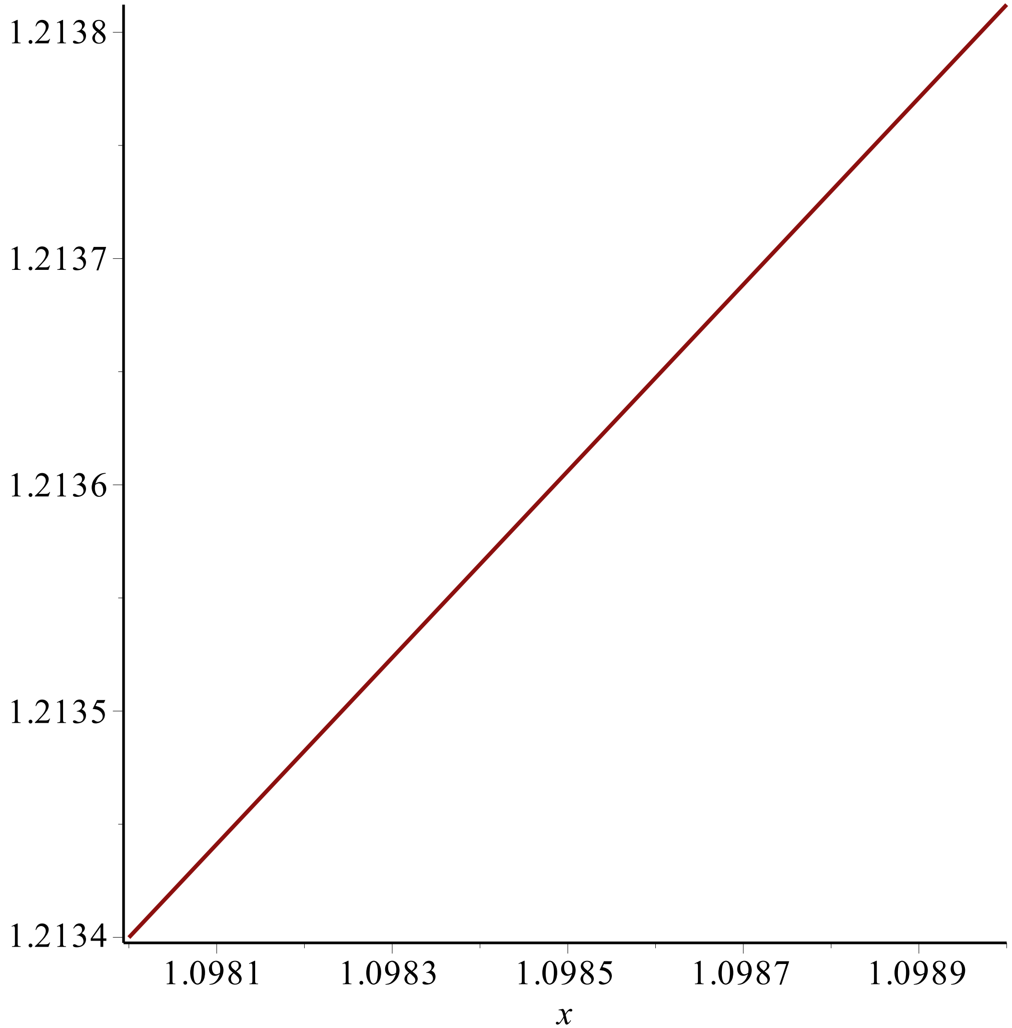
> $plot\left(\frac{\sinh(x)}{x}, x = 0\,..2\right)$



> $evalf(\ln(3))$

$$1.098612289 \qquad (2$$

> $plot\left(\frac{\sinh(x)}{x}, x = 1.098\,..1.099\right)$



Det ser ut som om grenseverdien er cirka 1.21365. Vi lar Maple beregne grenseverdien:

> $limit\left(\frac{\sinh(x)}{x}, x = \ln(3)\right)$

$$\frac{4}{3\ln(3)} \tag{3}$$

> $evalf(\%)$

$$1.213652302 \quad (4$$

Oppgave 2.2.25

a)
Her vil vi skrive $x = \infty$. Det kan gjøres på **to** måter : enten skriver vi rett og slett : infinity får vi til på følgende måte :
Eller vi gjøre det på følgende måte:

- På venstre side av arbeidsarket står det en liste av emner, blant annet står det: Common Symbols
- Den lille trekanten foran uttrykket betyr at det er en nedtrekksmeny. Så klikk på den.
- Der ser du en rekke symboler, blant annet symbolet for uendelig.
- Klikk på det symbolet du vil ha (her ∞), og det hopper pent inn i teksten der cursoren står.

De andre symbolene kan naturligvis brukes på tilsvarende måte. For eksempel kan man bruke symbolet for pi i steden for å skrive Pi

> $limit\left(\left(1+\frac{1}{x}\right)^x, x=\infty\right)$

$$e \quad (5$$

> $limit\left(\left(1+\frac{2}{x}\right)^x, x=\infty\right)$

$$e^2 \quad (6$$

> $limit\left(\left(1+\frac{3}{x}\right)^x, x=\infty\right)$

$$e^3 \quad (7$$

Det ser ut som om grenseverdien for $\left(1+\frac{n}{x}\right)^x$ når $x \to \infty$ er e^n

Vi sjekker noen verdier til

> **for** n **from** 4 **by** 1 **to** 20 **do** $limit\left(\left(1+\frac{n}{x}\right)^x, x=\infty\right)$ **end do**

$$e^4$$
$$e^5$$
$$e^6$$
$$e^7$$
$$e^8$$
$$e^9$$
$$e^{10}$$
$$e^{11}$$
$$e^{12}$$
$$e^{13}$$
$$e^{14}$$
$$e^{15}$$
$$e^{16}$$
$$e^{17}$$
$$e^{18}$$
$$e^{19}$$
$$e^{20}$$ **(8**

Dette virker ganske overbevisende, men er naturligvis ikke et bevis for saken.
Lurer på om dette virker selv om n ikke er et positivt heltall.
Vel det er lett å sjekke:

> **for** n **from** 1**by** 1 **to** 5 **do** $limit\left(\left(1+\frac{\frac{1}{n}}{x}\right)^x, x=\infty\right)$ **end do**

$$e$$

$$e^{\frac{1}{2}}$$
$$e^{\frac{1}{3}}$$
$$e^{\frac{1}{4}}$$
$$e^{\frac{1}{5}} \qquad \textbf{(9}$$

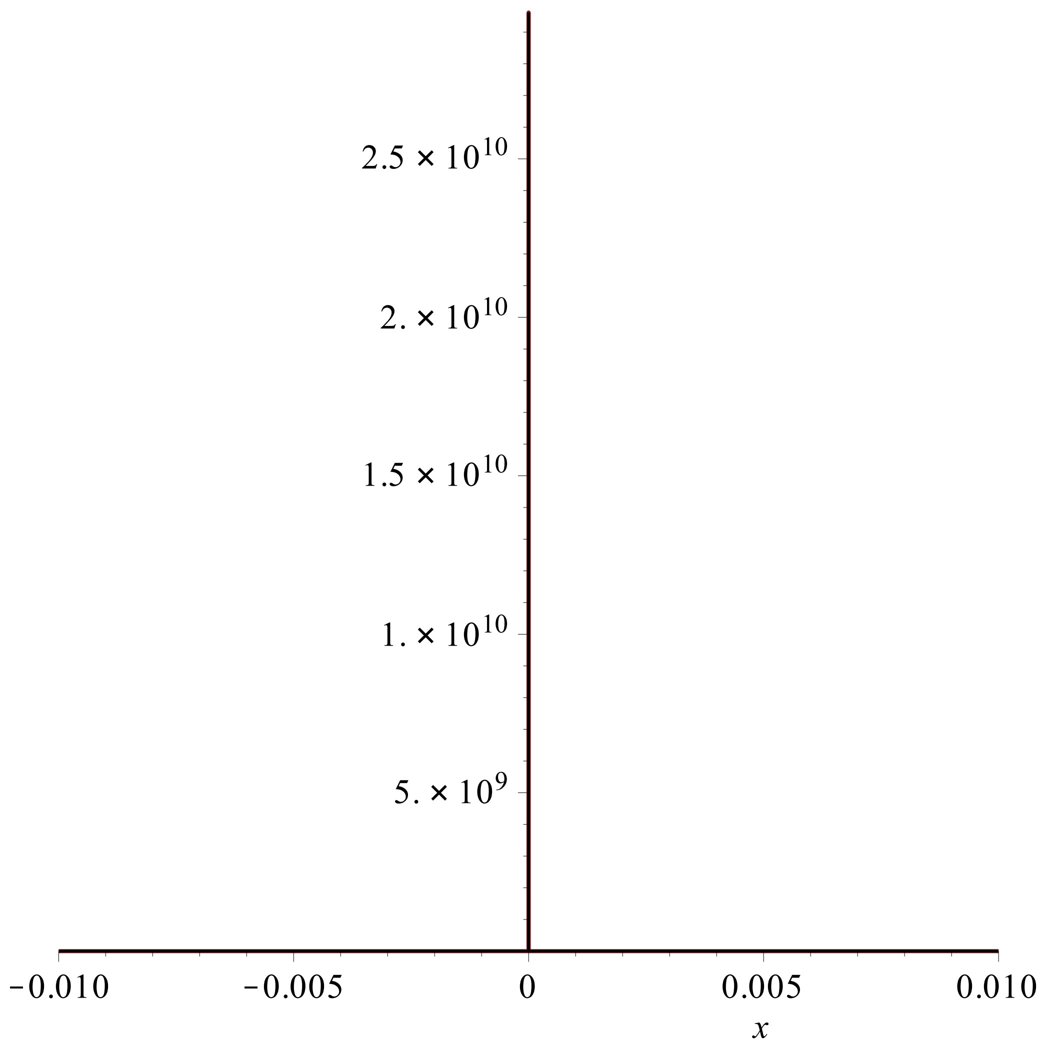
> **for** n **from** -5 **by** 1 **to** 0 **do** $\mathit{limit}\left(\left(1+\frac{\frac{n}{5}}{x}\right)^{x}, x=\infty\right)$ **end do**

$$e^{-1}$$
$$e^{-\frac{4}{5}}$$
$$e^{-\frac{3}{5}}$$
$$e^{-\frac{2}{5}}$$
$$e^{-\frac{1}{5}}$$
$$1 \qquad \textbf{(10}$$

Oppgave 2.2.26

c)

> $plot\left(\frac{\left(\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2}\right)}{x^4}, x = -0.01 .. 0.01\right)$



Det ser ut som om funskjonsverdien ryker mot uendelig når $x \to 0$. Vi sjekker:

> $limit\left(\frac{\left(\cos(x)-1+\frac{x^2}{2}\right)}{x^4}, x=0\right)$

$$\frac{1}{24} \tag{11}$$

Tenk at Maple kunne plotte så feil. Det skyldes at å beregne en brøk der teller og nevner er veldig, veldig nær null, blir veldig, veldig unøyaktig

>