Oppgave 1.5.20.

For å gjøre denne oppgaven, kan du nesten alt du trenger. Det eneste nye er at funksjonen $\log_a x$ (logaritemen med a som grunntall) skrives $\log_a(x)$ i Maple.
Som vanlig trenger vi å hente inn Maples plottekommandoer når vi skal bruke *display*

> $with(plots)$

$[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra\_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]$ **(1**

a)

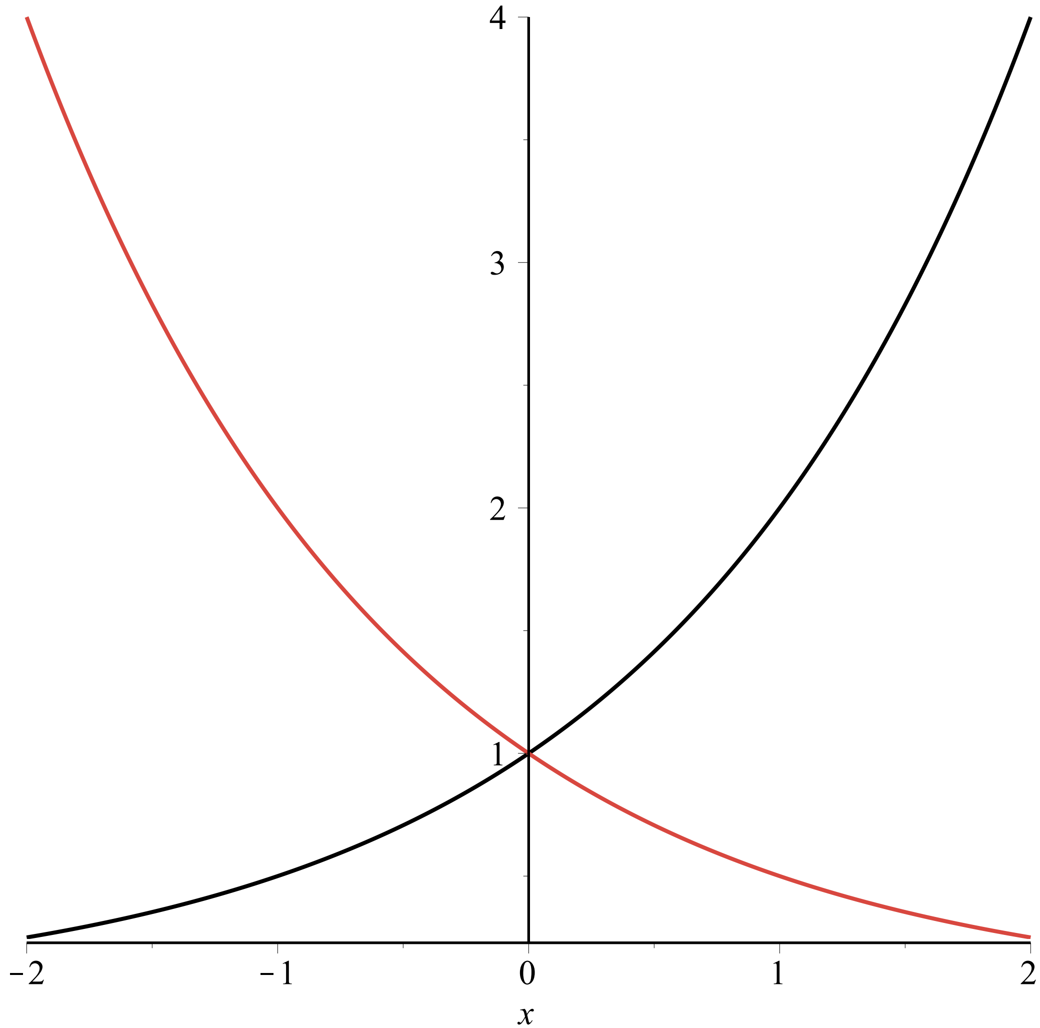
> $P1 := plot(2^x, x = -2 ..2, color = black)$

$P1 := PLOT(...)$ **(2**

> $P2 := plot\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x, x = -2 ..2, color = orange\right)$

$P2 := PLOT(...)$ **(3**

> $display(P1, P2)$



b)

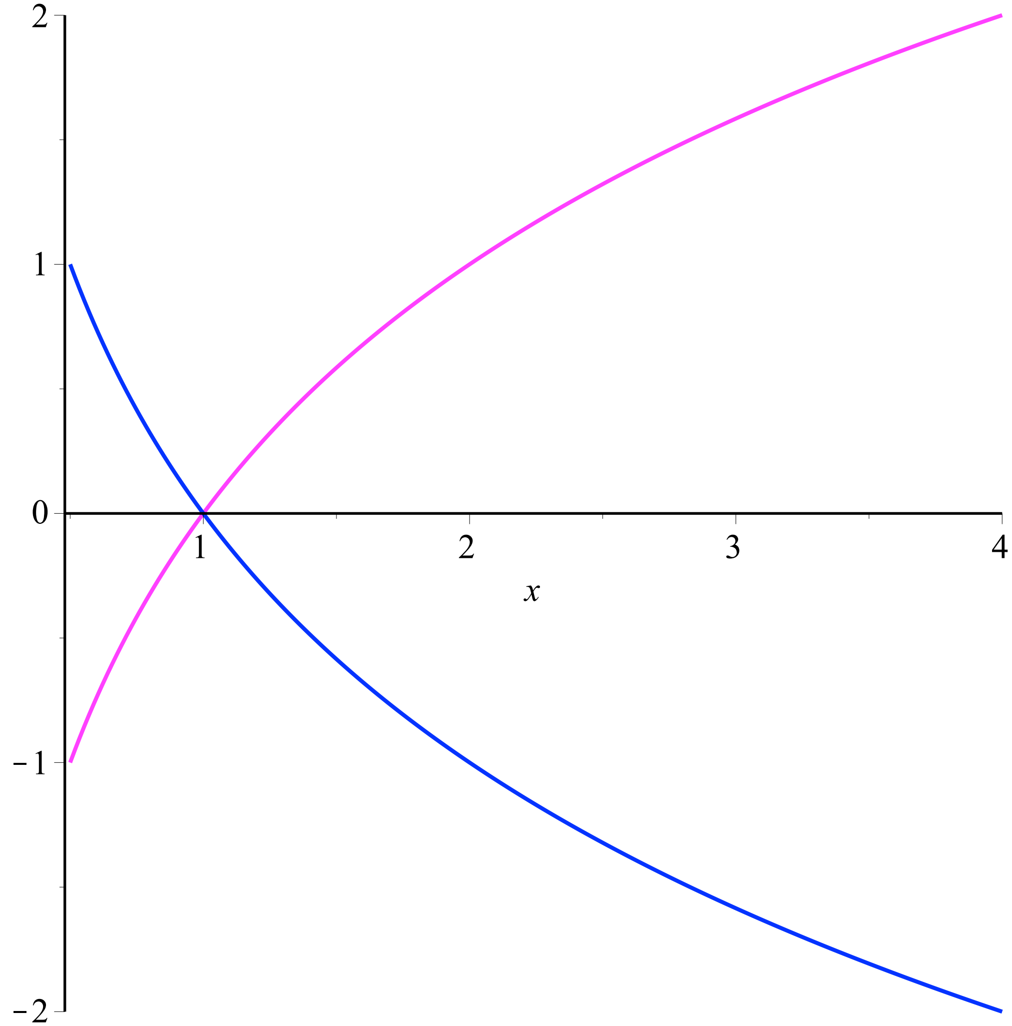
> $P1 := plot\left(\log_2(x),\ x = 0.5 ..4,\ color = magenta\right)$

$$P1 := PLOT(\ldots)$$ (4

> $P2 := plot\left(\log_{\frac{1}{2}}(x), x = 0.5 ..4, color = blue\right)$

$$P2 := PLOT(\ldots) \qquad (5$$

> $display(P1, P2)$



Merk: den alternative måte å skrive logaritmen med et gitt grunntal $a \neq e$

Oppgave 1.5.21.
For å løse oppgaven må vi først finne en formel for fordoblingstiden T som funksjon av p.
Den må vi faktisk lage selv.

Vi vet at T er bestemt ved egenskapen $P(T) = P(0)\left(1+\frac{p}{100}\right)^T = 2\cdot P(0)$.

Altså er $\left(1+\frac{p}{100}\right)^T = 2$.

For å løse denne likningen med hensyn på T tar vi logaritmen på begge sider av likhetstegnet: $T\cdot\ln\left(1+\frac{p}{100}\right) = \ln 2$.

Formelen er derfor $T = \dfrac{\ln 2}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$.

Vi skal beregne T for 25 verdier av p.
Det kan vi naturligvis gjøre, én for én, men Maple har en gunstig kommando for å gjøre samme operasjon flere ganger, for ulike verdier av en eller flere parametre.
(Legg merke til at vi skriver $T[p]$ for at Maple skal forstå at vi mener T_p.)

> **for** p **from** 1 **by** 1 **to** 25 **do** $T[p] := \dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ **end do**

$$T_1 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{101}{100}\right)}$$

$$T_2 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{51}{50}\right)}$$

$$T_3 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{103}{100}\right)}$$

$$T_4 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{26}{25}\right)}$$

$$T_5 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{21}{20}\right)}$$

$$T_6 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{53}{50}\right)}$$

$$T_7 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{107}{100}\right)}$$

$$T_8 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{27}{25}\right)}$$

$$T_9 := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{109}{100}\right)}$$

$$T_{10} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{11}{10}\right)}$$

$$T_{11} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{111}{100}\right)}$$

$$T_{12} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{28}{25}\right)}$$

$$T_{13} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{113}{100}\right)}$$

$$T_{14} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{57}{50}\right)}$$

$$T_{15} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{23}{20}\right)}$$

$$T_{16} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{29}{25}\right)}$$

$$T_{17} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{117}{100}\right)}$$

$$T_{18} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{59}{50}\right)}$$

$$T_{19} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{119}{100}\right)}$$

$$T_{20} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{6}{5}\right)}$$

$$T_{21} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{121}{100}\right)}$$

$$T_{22} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{61}{50}\right)}$$

$$T_{23} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{123}{100}\right)}$$

$$T_{24} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{31}{25}\right)}$$

$$T_{25} := \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{5}{4}\right)} \quad \textbf{(6}$$

Det var kanskje ikke så gunstig å be om eksakte svar. La oss heler be om desimaltall:

> **for** p **from** 1 **by** 1 **to** 25 **do** $T[p] := evalf\left(\frac{\ln(2)}{1+\frac{p}{100}}\right)$ **end do**

$$T_1 := 0.6862843372$$

$$T_2 := 0.6795560594$$

$$T_3 := 0.6729584278$$

$$T_4 := 0.6664876736$$

$$T_5 := 0.6601401720$$

$$T_6 := 0.6539124345$$

$$T_7 := 0.6478011034$$

$$T_8 := 0.6418029450$$

$$T_9 := 0.6359148446$$

$$T_{10} := 0.6301338006$$

$$T_{11} := 0.6244569195$$

$$T_{12} := 0.6188814113$$

$$T_{13} := 0.6134045846$$

$$T_{14} := 0.6080238427$$

$$T_{15} := 0.6027366788$$
$$T_{16} := 0.5975406729$$
$$T_{17} := 0.5924334877$$
$$T_{18} := 0.5874128649$$
$$T_{19} := 0.5824766224$$
$$T_{20} := 0.5776226505$$
$$T_{21} := 0.5728489096$$
$$T_{22} := 0.5681534267$$
$$T_{23} := 0.5635342932$$
$$T_{24} := 0.5589896618$$
$$T_{25} := 0.5545177445$$ **(7**

Ser du at **for**-kommandoen fungerer nesten som et summetegn der p først er lik 1, slik at Mape utfører beregningen av T_p for $p = 1$.
Deretter økes p med 1 (fordi det står **by** 1) til 2, og Maple gjennomfører operasjonen med denne verdien for p, osv., helt til Maple er ferdig med tilfellet $p = 25$.
Den eneste forskjellen er at Maple ikke skal summere svarene den finner for hver p - verdi.
Merk deg konstruksjonen, den er meget nyttig. Den kalles en **for** - løkke.

Oppgave 1.6.22.

Også i denne oppgaven skal vi lage en tabell over tall som beregnes etter samme formel , nemlig formelen $L_n = 1000\left(1 + \frac{\left(\frac{8}{n}\right)}{100}\right)^n$.

Begynnelsen på tabellen blir

> $L[1] = 1000\left(1 + \frac{8}{100}\right)$

$$L_1 = 1080 \qquad (8$$

> $L[2] = 1000 \cdot \left(1.0 + \frac{\frac{8}{2}}{100}\right)^2$

$$L_2 = 1081.600000 \qquad (9$$

> $L[3] = 1000\left(1.0 + \frac{\frac{8}{3}}{100}\right)^3$

$$L_3 = 1082.152297 \qquad (10$$

Det er egentlig overkommelig å beregne resten av listen etter samme mønster.
Men det er enklere å bruke en **for** - løkke, så la oss gjøre det. Når vi bruker den, må vi huske at vi skal lage en tabell.
Denne gangen skal variabelen (her n) ikke øke jevnt og pent fra 1 til 365.25. Det fikser vi ved å skrive:

> **for** n **in** $[1, 2, 3, 4, 6, 12, 24, 52, 365.25]$ **do** $L[n] := 1000\left(1.0 + \frac{\frac{8}{n}}{100}\right)^n$ **end do**

$$L_1 := 1080.000000$$

$$L_2 := 1081.600000$$

$$L_3 := 1082.152297$$

$$L_4 := 1082.432160$$

$$L_6 := 1082.714549$$

$$L_{12} := 1082.999511$$

$$L_{24} := 1083.142950$$

$$L_{52} := 1083.220500$$

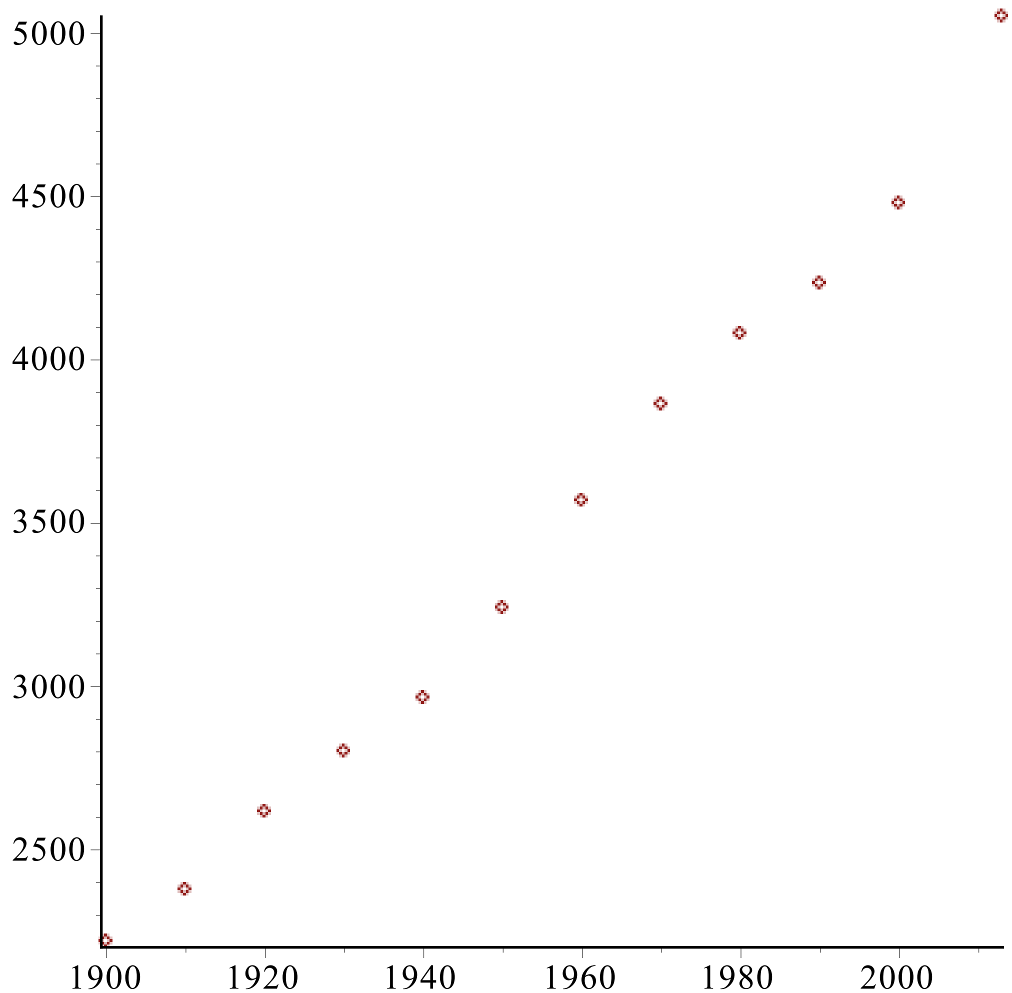
$$L_{365.25} := 1083.277553 \qquad (11$$

Ser du at denne kommandoen gjør akkurat det vi vil den skal gjøre?
Hvorfor tror du at bankene legger til renten på innskudd én gang i året?

Oppgave 1.5.23.

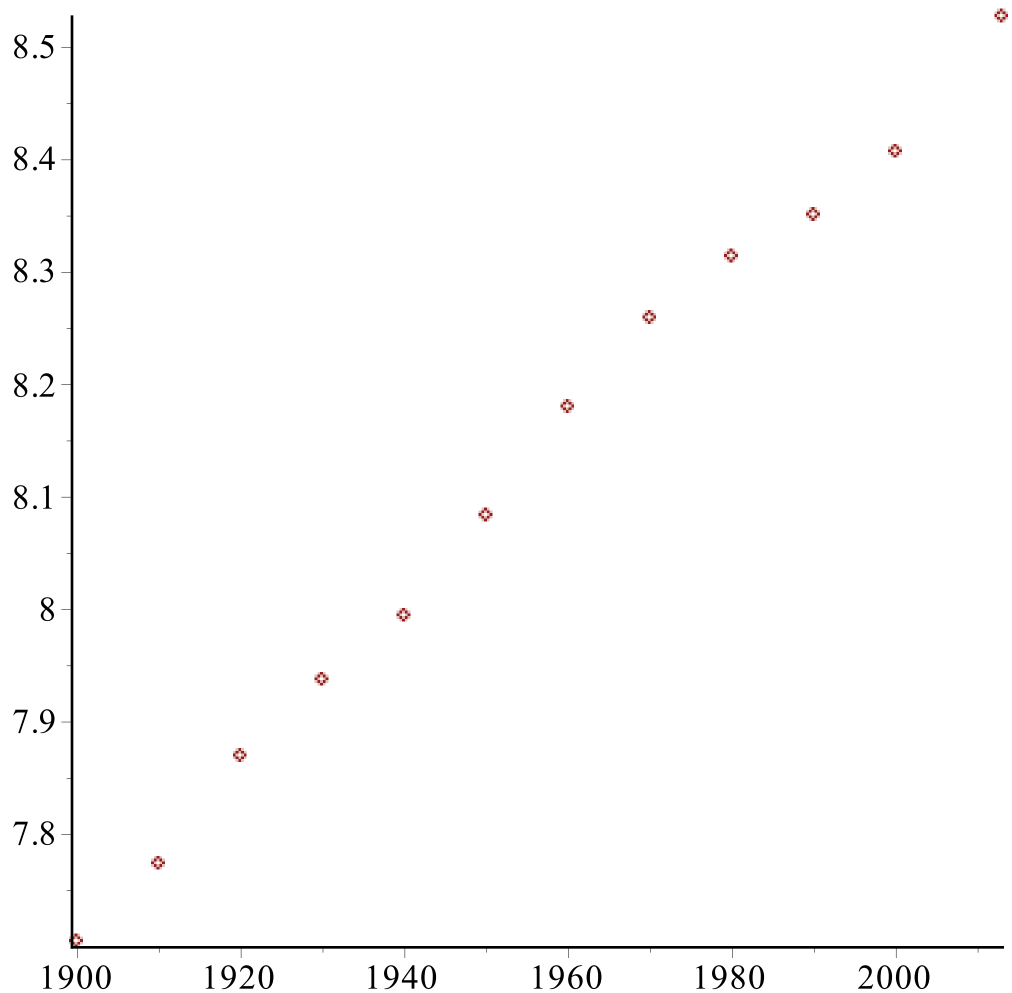
Legg merke til hvordan vi formulerer plot-kommandoen når vi vil ha noen enkle punkter: først kommer alle koordinatene langs den horisontale aksen, deretter alle koordinatene langs den vertikale aksen.
Det er naturligvis viktig at rekkefølgen på y - koordinatene stemmer med rekkefølgen på x - koordinatene.

> $plot(\langle\langle 1900, 1910, 1920, 1930, 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990, 2000, 2013\rangle | \langle 2218, 2377, 2616, 2800, 2964, 3240, 3568, 3863, 4079, 4233, 4478, 5051\rangle\rangle, style = point)$



Dette ser virkelig ikke ut som grafen til en eksponensialfunksjon. Det ligner mer på en rett linje, men har et ekkelt punkt helt opp i høyre hjørne.
Men la oss heller plotte $\ln(P(n))$ slik de foreslår i oppgaven

> $plot(\langle\langle 1900, 1910, 1920, 1930, 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990, 2000, 2013\rangle | \langle \ln(2218), \ln(2377), \ln(2616), \ln(2800), \ln(2964), \ln(3240), \ln(3568), \ln(3863), \ln(4079), \ln(4233), \ln(4478), \ln(5051)\rangle\rangle, style = point);$



>

Hmmm. Det ekle punktet ser i alle fall nå ut til å bli trukket inn på en linje gjennom datamaterialet. Godtar vi at dette er ganske nært en rett linje, ja, så må vi erkjenne at det er tilnærmet eksponensiell vekst.