Oppgave 5.5.12

b)

Substitusjonen $\sqrt{x} = t$ gir $\frac{1}{2\sqrt{x}}\, dx = dt$ slik at $\frac{\cos(x)}{\sqrt{x}}\, dx = \frac{\cos(t^2)}{t} \cdot 2\, t\, dt = 2\cos(t^2)\, dt$.

Når x går fra 0 til 1, går t også fra 0 til 1.

Integralet vi skal beregne ved hjelp av trapesmetoden er derfor $\int_0^1 \cos(t^2)\, dt$.

Skrittlengden blir $\Delta t = \frac{1-0}{6} = \frac{1}{6}$.

> $t := 0 : d := evalf\left(\frac{1}{6}\right) : J := \cos(0^2)$

$$J := 1 \tag{1}$$

> **for** n **from** 1 **to** 5 **do** $t := t + d : J := evalf(J + 2\cdot\cos(t^2))$ **end do**

$$t := 0.1666666667$$
$$J := 2.999228445$$
$$t := 0.3333333334$$
$$J := 4.986895462$$
$$t := 0.5000000001$$
$$J := 6.924720305$$
$$t := 0.6666666668$$
$$J := 8.730419644$$
$$t := 0.8333333335$$
$$J := 10.26723835 \tag{2}$$

> $J := evalf(J + 2\cdot\cos(1^2))$

$$J := 11.34784296 \tag{3}$$

> $J := evalf\left(2\cdot\frac{J\cdot d}{2}\right)$

$$J := 1.891307160 \tag{4}$$

Dette er altså verdien vi får for integralet. Vi kontrollerer ved å la Maple beregne integralet direkte.

> $int\left(\frac{\cos(x)}{\mathrm{sqrt}(x)}, x = 0..1\right)$

$$\mathrm{FresnelC}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\right)\sqrt{2}\,\sqrt{\pi} \tag{5}$$

> $evalf(\%)$

$$1.809048476 \tag{6}$$

Legg merke til den smarte konstruksjonen med prosenttegnet. Prosenttegnet betyr at Maple skal sette inn det svaret han fant ved den forrige operasjonen han gjennomførte.
Her var „beregningen" av integralet det siste maple gjorde. Altså gir denne *evalf* - kommandoen verdien av integralet som et avrundet desimaltall.

Etter beregningen av integralet ved trapesmetoden, oppfattes nå t som et tall og ikke som en variabel. Derfor bruker vi som vanlig *unassign* for å beholde friheten til å bruke t til hva vi måtte ønske:

> $unassign('t')$

a) Hint: Problemet er at integrasjonsintervallet er uendelig langt. Den enkleste substitusjonen som fikser den saken er $x = \frac{1}{t}$.

Problemet er at vi bare får et nytt uegentlig integral. Men det kan fikses ved gjenbruk av ideen fra a).