

Ekstraoppgave 1.2.1.

a)

$$\left[\begin{array}{l} \textcolor{red}{>} \text{solve}(x^2 - 6x + 4 > 1, x) \\ \textcolor{blue}{RealRange}(-\infty, \text{Open}(3 - \sqrt{6})), \textcolor{blue}{RealRange}(\text{Open}(3 + \sqrt{6}), \infty) \end{array} \right] \quad (1)$$

Svaret betyr at løsningen er de to åpne, reelle intervallene $(-\infty, 3 - \sqrt{6})$ og $(3 + \sqrt{6}, \infty)$

Ekstraoppgave 1.2.2.

a)

$$\left[\begin{array}{l} \textcolor{red}{>} \text{solve}(\{x^2 - y^2 = 9, x^2 + y^2 = 41\}, \{x, y\}) \\ \textcolor{blue}{\{x = 5, y = 4\}, \{x = -5, y = 4\}, \{x = 5, y = -4\}, \{x = -5, y = -4\}} \end{array} \right] \quad (2)$$

b)

$$\left[\begin{array}{l} \textcolor{red}{>} \text{solve}(\{x^2 + y^2 = 4, x - y = 1\}, \{x, y\}) \\ \textcolor{blue}{\{x = \text{RootOf}(2_Z^2 + 2_Z - 3) + 1, y = \text{RootOf}(2_Z^2 + 2_Z - 3)\}} \end{array} \right] \quad (3)$$

Dette betyr at løsningen er $x = R + 1, y = R - 3$ der R er løsningene av likningen $2z^2 + 2z - 3 = 0$

Denne andregradslikningen har to røtter, R_1 og R_2 , slik at likningssystemet i oppgaven har to løsninger, nemlig

$$x = R_1 + 1, y = R_1 - 3 \quad \text{og} \quad x = R_2 + 1, y = R_2 - 3.$$

For å finne R_1 og R_2 kan vi også bruke Maple

$$> \text{solve}(2z^2 + 2z - 3 = 0)$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7} \quad (4)$$

Derved vet vi at det endelige svaret på oppgaven er de to løsningene $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}, y = -\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{7}$ og

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}, y = -\frac{7}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$$

Ekstraoppgave 1.2.3.

a)

$$> \text{solve}(2x^3 + 11x^2 + 5x = 18)$$

$$1, -\frac{9}{2}, -2 \quad (5)$$

b)

$$\begin{aligned} &> \text{solve}(x^4 + 3x^3 + 15x^2 + 51x - 34, x) \\ &\quad -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17}, -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17}, I\sqrt{17}, -I\sqrt{17} \end{aligned} \quad (6)$$

Bokstaven I er den imaginære enheten i komplekse tall, så dette svaret betyr at likningen bare har to reelle løsninger.

En god hjelp til å sortere ut de reelle løsningene man egentlig vil ha, er å la Maple løse likningene ved desimaltall, gjerne numerisk.

Da er det kommandoen *fsolve* som gjør jobben:

$$\begin{aligned} &> \text{fsolve}(x^4 + 3x^3 + 15x^2 + 51x - 34, x) \\ &\quad -3.561552813, 0.5615528128 \end{aligned} \quad (7)$$

Er man fornøyd med en løsning på desimalform, så er dette vel og bra.
Og enkelte ganger er dette de eneste løsningene Maple kan gi.

c)

$$\begin{aligned} &> \text{solve}(x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x - 3 = 0, x) \\ &\quad \text{RootOf}(_Z^4 + 5_Z^3 - 8_Z^2 + 7_Z - 3, \text{index} = 1), \text{RootOf}(_Z^4 + 5_Z^3 - 8_Z^2 + 7_Z - 3, \text{index} = 2), \text{RootOf}(_Z^4 + 5_Z^3 \\ &\quad - 8_Z^2 + 7_Z - 3, \text{index} = 3), \text{RootOf}(_Z^4 + 5_Z^3 - 8_Z^2 + 7_Z - 3, \text{index} = 4) \end{aligned} \quad (8)$$

Dette betyr at Maple ikke klarer å løse likningen eksakt, i alle fall ikke på denne måten.

Vi bruker derfor *fsolve*:

$$> \text{fsolve}(x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x - 3 = 0, x)$$

$$-6.425813440, 0.7141077709$$

(9)

Aha. Altså har likningen bare to reelle løsninger.

d)

$$> \text{solve}(x^3 - 8x^2 + 7x - 3 = 0, x)$$

$$\frac{1}{6} (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3} + \frac{86}{3 (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}} + \frac{8}{3}, -\frac{1}{12} (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3} - \frac{43}{3 (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}} + \frac{8}{3}$$

$$+ \frac{1}{2} I\sqrt{3} \left(\frac{1}{6} (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3} - \frac{86}{3 (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}} \right), -\frac{1}{12} (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}$$

$$- \frac{43}{3 (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}} + \frac{8}{3} - \frac{1}{2} I\sqrt{3} \left(\frac{1}{6} (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3} - \frac{86}{3 (2404 + 36\sqrt{533})^{1/3}} \right)$$

(10)

Her har vi fått en reell løsning og to tilsynelatende komplekse løsninger (løsninger som inneholder den imaginære enheten I).

Men er nå de komplekse løsningene virkelig ikke egentlig reelle? Det kan jo være at litt opprydding i disse kompliserte uttrykkene viser at det blir 0 ganget med I ...

Vi kan jo prøve å forenkle uttrykket i parentesene. Forenkling av uttrykk (om mulig) gjøres ved kommandoen *simplify*.

Nå er naturligvis uttrykket som forkommer i flere parenteser over, ganske kompliserte og tidkrevende å taste inn.

Men vi har da "klipp og lim":

$$\begin{aligned} &> \text{simplify} \left(\frac{1}{6} (2404 + 36 \sqrt{533})^{1/3} - \frac{86}{3 (2404 + 36 \sqrt{533})^{1/3}} \right) \\ &\quad \frac{1}{6} \frac{(2404 + 36 \sqrt{533})^{2/3} - 172}{(2404 + 36 \sqrt{533})^{1/3}} \end{aligned} \quad (11)$$

Vel, min gjetning går ut på at dette ikke er lik null, slik at likningen virkelig ikke har mer enn en reell løsning.

Men vi behøver ikke gjette. Vi kan benytte *fsolve*:

$$\begin{aligned} &> \text{fsolve}(x^3 - 8x^2 + 7x - 3 = 0, x) \\ &\quad 7.069907765 \end{aligned} \quad (12)$$

>