Oppgave 9.2.19

a)

Banen er en ellipse der solen ligger på hovedaksen, i et brennpunkt for ellipsen.

Vi vet at i ethvert punkt på ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, der $a > b > 0$, er summen av avstandene til de to brennpunktene lik 2a.

Avstanden mellom solen og ellipsens sentrum er $c = \left|\sqrt{a^2 - b^2}\right|$.
Den korteste avstanden mellom Halleys komet og solen er $d = a - c$. (Se oppgave 9.2.10.)
Vi regner:

> $c := \text{sqrt}\left(\left(\frac{5.39 \cdot 10^9}{2}\right)^2 - \left(\frac{1.36 \cdot 10^9}{2}\right)^2\right)$

$$c := 2.607800798\ 10^9 \qquad (1$$

> $d := \frac{5.39 \cdot 10^9}{2} - c$

$$d := 8.7199202\ 10^7 \qquad (2$$

Minste avstand til solen er altså cirka 87 millioner km.

b)

Vi legger ellipsen inn i et koordinatsystem med sentrum i origo og hovedaksen langs x-aksen.

Den har da likningen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vi skriver den heller på parameterform: $x = a \cdot \cos(t)$, $y = b \cdot \sin(t)$ for $0 \le t < 2\pi$.

Vi beregner buelengden til denne ellipsen ved å beregne lengden av delen i første kvadrant og multiplisere det hele med 4.

Det vil si, t går fra 0 til $\frac{\pi}{2}$.

Buelengdedifferensialet er $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = \sqrt{(-a \cdot \sin(t))^2 + (b \cdot \cos(t))^2}\, dt$.

Buelengden er derfor

> $L := 4 \cdot int\left(\mathrm{sqrt}\left(\left(\frac{5.39 \cdot 10^9}{2} \cdot \sin(t)\right)^2 + \left(\frac{1.36 \cdot 10^9}{2} \cdot \cos(t)\right)^2\right), t = 0 .. \frac{\mathrm{Pi}}{2}\right)$

$$L := 1.157097673\ 10^{10} \qquad (3$$

Kometens bane har altså cirka lengde $L = 11.6$ milliarder km.

c)

Gjennomsnittshastigheten for kometen er

> $\frac{\%}{76}$

$$1.522496938\ 10^{8} \qquad (4$$

altså ca 152 millioner km per år. Målt i km/time, er dette det samme som

> $\frac{\%}{365.25 \cdot 24}$

$$17368.20600 \qquad (5$$

altså ca 17400 km/time.