Kapittel 2

Nødvendig matematikk

Løsninger

Oppgave 2.1

(a) $L(3K + 2K + 4) = L(5K + 4)$

(b) $x(5 + 3 + 2y) = x(8 + 2y)$

Oppgave 2.2

(a) $\frac{1}{4^{-2}} = 4^2 = 16$

(b) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

Oppgave 2.3

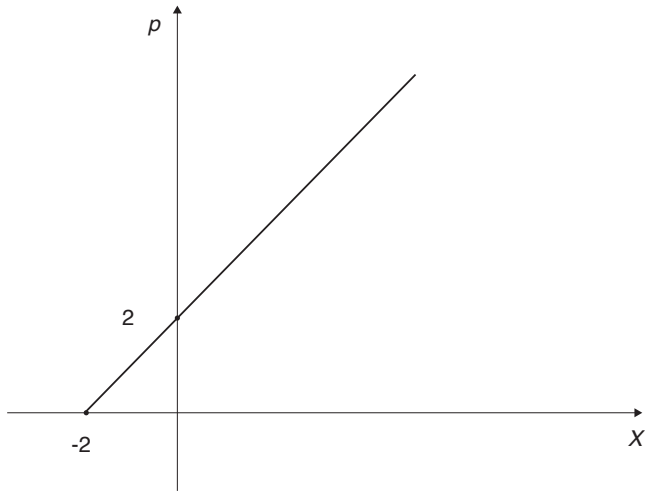
(a) $x^2 = 16 \;\Leftrightarrow\; x = 16^{\frac{1}{2}} \;\Leftrightarrow\; x = \sqrt{16} \;\Leftrightarrow\; x = 4$

(b) $x^{\frac{1}{2}} = 8 \;\Leftrightarrow\; x = 8^2 \;\Leftrightarrow\; x = 64$

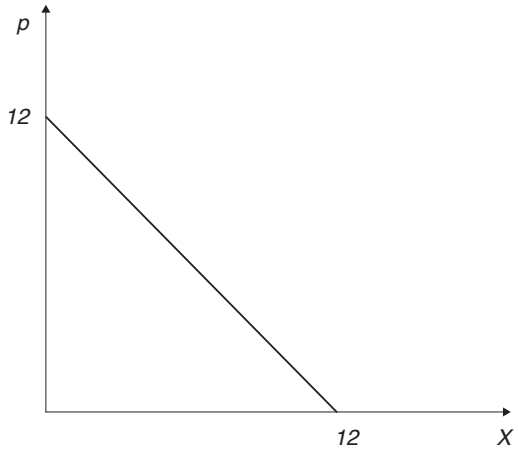
Oppgave 2.4

(a) $2 + x = p$ eller $p = 2 + x$. Dette kalles tilbudsfunksjonen på prisform.

(b)



(c)



(d) Setter tilbudsfunksjonen lik etterspørselsfunksjonen og finner mengden:

$$2 + x = 12 - x \;\Leftrightarrow\; x + x = 12 - 2 \;\Leftrightarrow\; 2x = 10 \;\Leftrightarrow\; x = 5$$

Prisen finner vi ved å sette $x = 5$ inn i tilbudsfunksjonen eller etterspørselsfunksjonen. Setter inn i tilbudet og får $p = 2 + 5 = 7$.

Oppgave 2.5

Her er poenget å forstå at dersom du har fått oppgitt etterspørselsfunksjonen kan du sette inn hvilken som helst pris for å finne etterspurt mengde. Her er $x = 25 - p$. Dersom $p = 10$, vil $x = 25 - 10 = 15$. Dersom prisen stiger til 15, vil $x = 25 - 15 = 10$. Altså faller etterspørselen med 5 enheter.

Oppgave 2.6

(a) $y' = 2$

(b) $y' = 2x$

(c) $y' = 3x^2$

(d) $y' = 0,5 \cdot 2x^{0,5-1} = x^{-0,5}$

(e) $y' = 2$

(f) $y' = q + 1$

(g) $0,8cx^{1-0,8} = 0,8cx^{-0,2}$

Oppgave 2.7

(a) For å regne ut gjennomsnittsproduktiviteten bruker vi X/K, som her gir:

$$\frac{X}{K} = \frac{L^a K^{1-a}}{K} = L^a K^{1-a-1} = L^a K^{-a} = \frac{L^a}{K^a} = \left(\frac{L}{K}\right)^a$$

(b) Grenseproduktene er gitt ved de partielt deriverte:

$$f'_L = aL^{a-1}K^{1-a} = a\frac{K^{1-a}}{L^{1-a}} = a\left(\frac{K}{L}\right)^{1-a}$$

$$f'_K = (1-a)L^a K^{1-a-1} = (1-a)L^a K^{-a} = (1-a)\frac{L^a}{K^a} = (1-a)\left(\frac{L}{K}\right)^a$$

(c) Her brukes formelen for differensiering, og uttrykkene for grenseproduktene fra oppgave (b).

$$dX = f'_L dL + f'_k dK = a\left(\frac{K}{L}\right)^{1-a} dL + (1-a)\left(\frac{L}{K}\right)^a dK$$

Oppgave 2.8

(a) $\mathscr{L}(x, y, \lambda) = 20x^{0,5}y^{0,5} - \lambda(2x + 2y - 12)$

(b) Deriverer med hensyn på x og y, og setter lik null:

$$\mathscr{L}_x = 10x^{-0,5}y^{0,5} - \lambda 2 = 0$$

$$\mathscr{L}_y = 10x^{0,5}y^{-0,5} - \lambda 2 = 0$$

(c) Vi tar utgangspunkt i førsteordensbetingelsene. Flytter leddet $-\lambda 2$ over på høyre side i hver betingelse, og deler de to på hverandre. Dette gir:

$$\frac{x^{-0,5}y^{0,5}}{x^{0,5}y^{-0,5}} = \frac{\lambda 2}{\lambda 2} \Leftrightarrow \frac{y^{0,5}y^{0,5}}{x^{0,5}x^{0,5}} = \frac{1}{1} \Leftrightarrow \frac{y^{0,5+0,5}}{x^{0,5+0,5}} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow y = x$$

Så setter vi $x = y$ inn i bibetingelsen og får:

$$2x + 2x = 12 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow x = 3$$

Siden $x = y$ ser vi at $x = y = 3$.