

# **UNIVERSITETET I OSLO**

## **ØKONOMISK INSTITUTT**

Eksamen i: ECON3610/4610 – Samfunnsøkonomisk lønnsomhet og økonomisk politikk  
*Exam: ECON3610/4610 – Resource Allocation and Economic Policy*

Eksamensdag: Torsday 28. November 2013  
*Date of exam: Thursday, November 28, 2013*

**Sensur kunngjøres: 20. desember -13**  
***Grades will be given: December 20, -13***

Tid for eksamen: kl. 14.30 – 17.30  
*Time for exam: 2.30 p.m. – 5.30 p.m.*

Oppgavesettet er på 9 sider  
*The problem set covers 9 pages*

***English version on page 6***

Tillatte hjelpemidler:

- Ingen tillatte hjelpemidler

*Resources allowed:*

- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

*The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.*

# Eksamen

## Econ 3610/4610, Høst 2013

### Oppgave 1 (70 %)

Vi skal i første omgang se på en lukket økonomi med mange like konsumenter, som kan analyseres som én representativ konsument. Den representative konsumenten har nytte av konsum av to private goder, og preferansene er gitt ved nyttefunksjonen  $\tilde{U}(c_1, c_2)$ .  $c_i$  angir konsum av vare  $i$ . Vi antar at nyttefunksjonen har normale egenskaper, dvs. at den er strengt voksende i begge argumenter, og at indifferenskurvene er krummet mot origo.

Begge konsumvarene produseres ved hjelp av arbeidskraft, og produktfunksjonene er gitt ved:

$$x_1 = F(N_1) \tag{1}$$

$$x_2 = G(N_2), \tag{2}$$

der  $x_i$  angir produksjon av vare  $i$ , og  $N_i$  angir bruk av arbeidskraft i produksjonen av vare  $i$ . Begge funksjonene har strengt positive, men avtakende deriverte. Arbeidskraft er tilgjengelig i en gitt mengde,  $N$ , i økonomien, slik at:

$$N_1 + N_2 = N \tag{3}$$

a)

En velmenende samfunnsplanlegger ønsker en allokering der konsumentens nytte maksimeres, gitt de realøkonomiske sammenhengene. Sett opp denne samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, og finn betingelsen for effektiv allokering av ressursene i denne økonomien. Gi en tolkning av betingelsen.

Anta nå at produksjonen av vare 1 påfører konsumenten en negativ ekstern virkning. Vi kan for eksempel tenke oss at produksjon av vare 1 skaper forurensning, som reduserer konsumentens nytte. Nyttefunksjonen  $\tilde{U}$  erstattes av funksjonen  $U(c_1, c_2, Z)$ , der:

$$\frac{\partial U}{\partial c_1} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_2} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial Z} < 0$$

Den eksterne virkningen er gitt ved:  $Z = H(x_1)$ , der  $H(0) = 0$ ,  $H'(x_1) > 0$  og  $H''(x_1) < 0$ .

Den realøkonomiske rammen i denne økonomien er dermed bestemt av konsumentens preferanser, og følgende 6 likninger:

$$x_1 = F(N_1) \quad (1)$$

$$x_2 = G(N_2) \quad (2)$$

$$N_1 + N_2 = N \quad (3)$$

$$c_1 = x_1 \quad (4)$$

$$c_2 = x_2 \quad (5)$$

$$Z = H(x_1) \quad (6)$$

Betingelsen for samfunnsøkonomisk effektiv allokering av ressursene i denne økonomien er gitt ved:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} + \frac{-\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} H'(x_1). \quad (*)$$

**b)**

Gi en tolkning av denne betingelsen, og illustrer i en figur.

Vi antar at hver av de to varene produseres av mange like bedrifter. For hver vare kan disse representeres ved én representativ bedrift, uten markedsrett. I markedet omsettes arbeidskraft til prisen  $w$ , mens vare 1 og 2 omsettes til henholdsvis  $p_1$  og  $p_2$ .

**c)**

Finn aktørenes tilpasningsbetingelser, og vis at den effektive allokeringen ikke vil realiseres i markedsløsevekten. Forklar hvorfor markedet svikter i denne økonomien.

**d)**

Markedssvikten kan korrigeres med en stykkprisavgift på produksjon av vare 1,  $\frac{t}{p_2}$  (målt i enheter av vare 2). Hvordan må denne avgiften settes dersom den effektive allokeringen skal realiseres i markedsløsningen?

Betingelsen (\*) definerer den effektive allokeringen i den lukkede økonomien, gitt ved  $N_1^*$ ,  $N_2^*$ ,  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $c_1^*$ ,  $c_2^*$  og  $Z^*$ . Anta nå at vare 1 og 2 kan handles på verdensmarkedet til gitte priser, henholdsvis  $q_1$  og  $q_2$ .

e)

Forklar hvordan den samfunnsøkonomisk effektive allokeringen endres sammenliknet med tilfellet med lukket økonomi, dersom:

$$\frac{q_1}{q_2} < \frac{G'(N_2^*)}{F'(N_1^*)} + \frac{\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial Z}}{\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial c_2}} H'(x_1^*) \quad (i)$$

(En verbal forklaring er tilstrekkelig her.)

f)

Anta at det siste leddet på høyresiden i likning (\*) stiger i  $x_1$ , og at ulikheten gitt ved (i) holder. Hvilken innvirkning vil internasjonal handel i dette tilfellet ha på avgiften,  $\frac{t}{p_2}$ , som er nødvendig for å internalisere den negative eksterne virkningen, og dermed realisere den effektive allokeringen i markedslivevekten? (Også her er en verbal forklaring tilstrekkelig.)

## Oppgave 2 (30 %)

Vi skal nå se på en lukket økonomi med to konsumenter, som hver representerer en stor gruppe like konsumenter. Hver av konsumentene konsumerer et privat gode,  $x$ , der konsumentet er gitt ved henholdsvis  $c_1$  og  $c_2$ . I tillegg konsumerer begge et kollektivt gode, der  $G$  betegner forsyningen av dette. De to konsumentene har preferanser representert ved henholdsvis  $U_1(c_1, G)$  og  $U_2(c_2, G)$ . Igjen antar vi at nyttefunksjonene har normale egenskaper. Både det kollektive godet og det private godet produseres ved hjelp av arbeidskraft, og de realøkonomiske sammenhengene i denne økonomien er gitt ved:

$$N_x + N_G = N \quad (1)$$

$$x = F(N_x) \quad (2)$$

$$G = f(N_G) \quad (3)$$

$$x = c_1 + c_2 \quad (4)$$

der  $N$  er en eksogent gitt mengde arbeidskraft som er tilgjengelig i økonomien, og  $N_x$  og  $N_G$  angir bruk av arbeidskraft i produksjonen av henholdsvis  $x$  og  $G$ . Vi antar at begge produktfunksjonene har strengt positive, men avtakende deriverte.

Betingelsen for samfunnsøkonomisk effektiv allokering av arbeidskraften i denne økonomien er gitt ved:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial G}}{\frac{\partial U_1}{\partial c_1}} + \frac{\frac{\partial U_2}{\partial G}}{\frac{\partial U_2}{\partial c_2}} = \frac{F'(N_x)}{f'(N_G)}$$

a)

Gi en tolkning av denne betingelsen.

b)

Diskuter hvordan allokeringen bør endres dersom produksjonen av det kollektive godet må finansieres av en vridende skatt.

# Exam

## Econ 3610/4610, Fall 2013

### Exercise 1 (70 %)

Firstly, we will look at a closed economy in which there is a large number of identical consumers, represented by one representative consumer. The representative consumer gets utility from consuming two private goods, and the preferences are given by the utility function  $\tilde{U}(c_1, c_2)$ .  $c_i$  is consumption of good  $i$ . We assume normal properties for the utility function, meaning that it is strictly increasing in both arguments, and that the indifference curves are curved towards origo.

Both consumption goods are produced using labour, and the production functions are given by:

$$x_1 = F(N_1) \tag{1}$$

$$x_2 = G(N_2), \tag{2}$$

where  $x_i$  is production of good  $i$ , and  $N_i$  is the use of labour in production of good  $i$ . Both functions have strictly positive, but decreasing derivatives.

The total amount of labour available in the economy is exogenously given by  $N$ , such that:

$$N_1 + N_2 = N \tag{3}$$

**a)**

A benevolent social planner wants an allocation where the consumer's utility is maximized, given the constraints in the economy. Put up the maximization problem of this planner, and find the condition for an efficient allocation of the resources in this economy. Give an interpretation of the condition.

Assume now that the production of good 1 induces a negative externality on the consumer. For example, we can imagine that there is pollution resulting from the production of good 1,

reducing the utility of the consumer. The utility function  $\tilde{U}$  is now replaced by the function  $U(c_1, c_2, Z)$ , where:

$$\frac{\partial U}{\partial c_1} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_2} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial Z} < 0$$

The externality is given by:  $Z = H(x_1)$ , where  $H(0) = 0$ ,  $H'(x_1) > 0$  og  $H''(x_1) > 0$ .

The framework of this economy is then given by the consumer's preferences, and the following 6 equations:

$$x_1 = F(N_1) \tag{1}$$

$$x_2 = G(N_2) \tag{2}$$

$$N_1 + N_2 = N \tag{3}$$

$$c_1 = x_1 \tag{4}$$

$$c_2 = x_2 \tag{5}$$

$$Z = H(x_1) \tag{6}$$

The condition for efficient allocation of the resources in this economy is given by:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} + \frac{-\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} H'(x_1). \tag{*}$$

**b)**

Give an interpretation of this condition, and illustrate graphically.

We assume that each of the two goods are produced by many identical firms. For each good, these can be represented by one representative firm, without market power. In the market, labour is traded at the price  $w$ , while good 1 and 2 are traded at  $p_1$  and  $p_2$ , respectively.

**c)**

Solve the maximization problem of the consumer and of each of the two firms, and show that the efficient allocation will not be implemented in the market equilibrium. Explain why the market fails in this economy.

**d)**

The market failure can be corrected by a tax  $\frac{t}{p_2}$  (measured in units of good 2), on each unit produced of good 1. How must this tax be set in order for the market equilibrium to implement the efficient allocation?

The condition (\*) defines the efficient allocation in the closed economy, given by  $N_1^*$ ,  $N_2^*$ ,  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $c_1^*$ ,  $c_2^*$  og  $Z^*$ . Now, assume that good 1 and 2 can be traded on the world market at given prices,  $q_1$  and  $q_2$ , respectively.

e)

Explain how the efficient allocation is changed compared to the case of a closed economy, if:

$$\frac{q_1}{q_2} < \frac{G'(N_2^*)}{F'(N_1^*)} + \frac{\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial Z}}{\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial c_2}} H'(x_1^*) \quad (i)$$

(A verbal explanation is sufficient here.)

f)

Assume that the last term on the right hand side of equation (\*) is increasing in  $x_1$ , and that the inequality given by (i) holds. How will international trade affect the tax,  $\frac{t}{p_2}$ , that is necessary to internalize the negative externality, and hence implement the efficient allocation in the market equilibrium? (A verbal explanation is sufficient.)

## Exercise 2 (30 %)

Here, we will look at a closed economy with two consumers, each representing a large group of identical consumers. Each of the consumers consumes a private good,  $x$ , and consumption is given by  $c_1$  and  $c_2$ , respectively. Additionally, the two consumers consume a public good, and the provision of this good is denoted by  $G$ . The two consumers have preferences represented by  $U_1(c_1, G)$  and  $U_2(c_2, G)$ , respectively. Again, we assume that the utility functions have normal properties. Both the public good and the private good are



produced by labour, and the constraints in this economy are given by:

$$N_x + N_G = N \quad (1)$$

$$x = F(N_x) \quad (2)$$

$$G = f(N_G) \quad (3)$$

$$x = c_1 + c_2 \quad (4)$$

where  $N$  is an exogenously given amount of labour available in the economy, and  $N_x$  and  $N_G$  denotes the use of labour in the production of  $x$  and  $G$ , respectively. We assume that both production functions have strictly positive, but decreasing derivatives.

The condition for efficient allocation of labour in this economy is given by:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial G}}{\frac{\partial U_1}{\partial c_1}} + \frac{\frac{\partial U_2}{\partial G}}{\frac{\partial U_2}{\partial c_2}} = \frac{F'(N_x)}{f'(N_G)}$$

**a)**

Give an interpretation of this condition.

**b)**

Discuss how the allocation should be changed if production of the public good can only be financed by a distorting tax.