Oppgave 9.2.19

a)

Banen er en ellipse der solen ligger på hovedaksen, i et brennpunkt for ellipsen.

Vi vet at i ethvert punkt på ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, der $a > b > 0$, er summen av avstandene til de to brennpunktene lik 2a.

Avstanden mellom solen og ellipsens sentrum er $c = \left|\sqrt{a^2 - b^2}\right|$.
Den korteste avstanden mellom Halleys komet og solen er $d = a - c$. (Se oppgave 9.2.10.)
Vi regner:

$$> c := \mathrm{sqrt}\left(\left(\frac{5.39\cdot 10^9}{2}\right)^2 - \left(\frac{1.36\cdot 10^9}{2}\right)^2\right)$$

$$> d := \frac{5.39\cdot 10^9}{2} - c$$

Minste avstand til solen er altså cirka 87 millioner km.

b)

Vi legger ellipsen inn i et koordinatsystem med sentrum i origo og hovedaksen langs x-aksen.

Den har da likningen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vi skriver den heller på parameterform: $x = a\cdot\cos(t)$, $y = b\cdot\sin(t)$ for $0 \leq t < 2\pi$.

Vi beregner buelengden til denne ellipsen ved å beregne lengden av delen i første kvadrant og multiplisere det hele med 4.

Det vil si, t går fra 0 til $\frac{\pi}{2}$.

Buelengdedifferensialet er $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt = \sqrt{(-a\cdot\sin(t))^2 + (b\cdot\cos(t))^2}\,dt.$

Buelengden er derfor

$$> L := 4\cdot int\left(\text{sqrt}\left(\left(\frac{5.39\cdot 10^9}{2}\cdot\sin(t)\right)^2 + \left(\frac{1.36\cdot 10^9}{2}\cdot\cos(t)\right)^2\right), t = 0\,..\,\frac{\text{Pi}}{2}\right)$$

Kometens bane har altså cirka lengde $L = 11.6$ milliarder km.

c)

Gjennomsnittshastigheten for kometen er

$$> \frac{\%}{76}$$

altså ca 152 millioner km per år. Målt i km/time, er dette det samme som

$$> \frac{\%}{365.25\cdot 24}$$

altså ca 17400 km/time.