Oppgave 11.3.16.

Maple kan hjelpe oss med to ting: programmet kan tegne kurvene som avgrenser området, og det kan beregne det itererte integralet.
Men å sette opp det itererte integralet må vi klare selv.
Vi starter med å hente inn Maples plottekommandoer, så har vi dem.

a)

> with(plots)

Vi tegner først integrasjonsområdet.
For å ha kontroll over hvilken likning som gir hvilken kurve, definerer vi plottene separat, og viser dem med *display*.
Vi lar intervallene for x og y starte på null siden figuren er i første kvadrant, og vi lar dem gå et godt stykke utover for sikkerhets skyld.

> $P1 := implicitplot(\mathrm{y} = \sinh(\mathrm{x}), x = 0\,..5, y = 0\,..5, color = red)$

> $P2 := implicitplot(x = \ln(2), x = 0\,..5, y = 0\,..5, color = \mathrm{blue})$

> $display(P1, P2)$

Aha. Det er det lille trekantede (nesten) området med spiss i origo vi skal integrere over.
Figuren er grei nok, så den lar vi stå.
Vi velger å integrere kolonnevis. Det vil si, y går fra $y = 0$ til kolonnen treffer den røde kurven $y = \sinh(x)$.
For å få med alle kolonnene, må x gå fra 0 til $\ln(2)$.
Det itererte integralet vi skal beregne er altså $\int_{x=0}^{x=\ln(2)} \int_{y=0}^{y=\sinh(x)} f(x, y)\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}x$

> $int\left(int\left(\frac{(x^3 + 1)}{x^2 + 1}, y = 0\,..\sinh(x) \right), x = 0\,..\ln(2) \right)$

$\mathrm{Ei}(x)$ er en funksjon som Maple allerede har i sitt funksjonsarkiv.
Det ligger utenfor vårt pensum å kjenne til den funksjonen.
Men siden Maple kan den, kan Maple også beregne funksjonsverdier for den.
Derfor skriver vi:

> $evalf(\%)$

Svaret vi fikk ser ut til å være et komplekst tall!!?
Det kan ikke være korrekt. Vi integrerer jo positive funksjoner over positive intervall.
Men se på svaret en gang til. Maple har beregnet integralet med 10 sikre sifre, og leddet med I er forsvinnende lite.

Så svaret er nok tilnærmet lik 0.22896665.

Når vi har skrevet dobbelintegralet som et iterert integral, kan vi også skrive integrasjonsområdet som $0 \leq y \leq \sinh(x)$ for $0 \leq x \leq \ln(2)$.
Det kan vi utnytte til å tegne et penere bilde av integrasjonsområdet (dersom vi har lyst..., vi trenger det jo ikke for å løse oppgaven).

> $P1 := implicitplot(\mathrm{y} = \sinh(\mathrm{x}), x = 0..\ln(2), y = 0..\sinh(\ln(2)), color = \mathrm{red})$

> $P2 := implicitplot(\mathrm{x} = \ln(2), x = 0..\ln(2), y = 0..\sinh(\ln(2)), color = blue)$

> $display(P1, P2)$

c)

> $P1 := \mathrm{implicitplot}\left(\mathrm{y} = \tan^{-1}(x), x = -50..50, y = 0..2, color = blue\right)$

> $P2 := implicitplot\left(\mathrm{x} = (\mathrm{y} + 3)^2, x = -50..50, y = 0..2, color = magenta\right)$

> $display(P1, P2)$

Vi skjønner hvilket område vi skal integrere over, nemlig området mellom den blå og den lilla kurven, over x - aksen ($y = 0$).
Her er det absolutt lurest å integrere linjevis.
Da må x gå fra den blå kurven ($y = \tan^{-1}(x)$, altså $x = \tan(y)$ $x = (y + 3)^2$.
For å få med alle kolonnene, må y gå fra $y = 0$ til skjæringspunktet mellom de to kurvene som ser ut til å være nær $y = 1.5$.
Vi lager et forstørret plott rundt det skjæringspunktet for å få en bedre verdi for y.

> $P1 := \mathrm{implicitplot}\left(\mathrm{y} = \tan^{-1}(x), x = 19..21, y = 1.4..1.6, color = blue\right)$

> $P2 := implicitplot\left(\mathrm{x} = (\mathrm{y} + 3)^2, x = 19..21, y = 1.4..1.6, color = magenta\right)$

> $display(P1, P2)$

Vi tar $y = 1.52$.

Det itererte integralet vi skal beregne er altså $\int_{y=0}^{1.52} \int_{x=\tan(y)}^{x=(y+3)^2} f(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$

> $int\left(int\left(x \cdot y,\quad x = \tan(y) \,..\, (y+3)^2\right), y = 0 \,..\, 1.52\right)$

Svaret kom på desimalform fordi vi brukte et desimaltall som integrasjonsgrense.

Det kunne være interessant å se hva Maple får til om vi skriver denne grensen som $\frac{152}{100}$.

> $int\left(int\left(x \cdot y,\quad x = \tan(y) \,..\, (y+3)^2\right), y = 0 \,..\, \frac{152}{100}\right)$

Dette er altså det eksakte svaret (dersom y -verdien 152/100 var eksakt.
Jeg foretrekker desimalsvaret.

>

>