Ekstraoppgave 3.6.1

a)

> $limit\left(\operatorname{sqrt}\left(t^4+2\,t\right)-\left(t^2+1\right),t=0\right)$

b)

> $limit\left(\left(1-\ln(\mathrm{x})\right)^x,x=infinity\right)$

Grenseverdien eksisterer altså ikke, men det er av verdi å merke seg at uttrykket vokser over alle grenser når $x\rightarrow\infty$.
Eller gjør det ikke det??? Det er klart at $(1-\ln x)<0$ for $x>e$, så vi har store problemer med fortegnet til $(1-\ln x)^x$ når $x\rightarrow\infty$.
Det har Maple ikke tatt hensyn til! Det kan være verdt å merke seg!
Legg merke til at infinity kan skrives bent frem i Maple.
Alternativt kan man åpne skuffen Common Symbols i venstre marg og trykke på ∞ der:

> $limit\left(\left(1-\ln(x)\right)^x,x=\infty\right)$

c)

> $limit\left(\left(\frac{1}{\cos^{-1}(x)}-\frac{x}{\ln(x)}\right),x=1,left\right)$

Heller ikke denne grenseverdien eksisterer ifølge Maple.

Legg merke til bruken av *left* for å fortelle Maple at det er snakk om en ensidig grense fra venstre.
Tilsvarende kan man bruke *right* til å fortelle Maple at det er snakk om en ensidig grenseverdi fra høyre.

Ekstraoppgave 3.6.2

a)

> $f := x \to \dfrac{x^3 \cdot \cos^{-1}(x^2)}{x^2 \cdot \cos(x^3)}$

> **for** n **from** 1 **to** 5 **do** $evalf\left(f\left((-10)^{-n}\right), 60\right)$ **end do**

Legg merke til at vi krever ganske høy presisjon i utregningene. Null over null uttrykk er alltid skumle i beregninger.
Vi sjekker også funksjonsverdier på begge sider av $x = 0$ siden vi bruker $x = a + (-1)^n \cdot 10^{-n} = (-1)^{-n} \cdot 10^{-n} = (-10)^{-n}$.
Funksjonsverdiene ser ut til å avta mot null. For å sjekke litt nøyere, kan vi se hva som skjer når x er enda nærmere null.

> **for** n **from** 6 **to** 20 **do** $evalf\left(f\left((-10)^{-n}\right), 60\right)$ **end do**

Nå tror jeg virkelig at grenseverdien eksisterer og er lik null.
Jeg kan jo også prøve hva som skjer ved bruk av kommandoen *limit* :

> $limit(f(x), x = 0)$

b)

> $f := x \to \dfrac{\mathrm{sqrt}\left(\mathrm{abs}\left(x^3 - 1\right)\right)}{(x-1) \cdot \mathrm{sqrt}(\sin(\mathrm{abs}(1-x)))}$

> **for** n **from** 1 **to** 20 **do** $evalf\left(f\left(1 + (-10)^{-n}\right), 60\right)$ **end do**

Her tror jeg at funksjonen oscillerer villere og villere, slik at grenseverdien ikke eksisterer.
Faktisk tror jeg at de ensidige grensene heller ikke eksisterer, for de er henholdsvis ∞ og $-\infty$.
Du kan jo sjekke hva Maple svarer om du bruker kommandoen *limit*

Ekstraoppgave 3.6.3

a)

> $plot\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) - \tan^{-1}(x), x = 10^4 ..10^6\right)$

Jeg tror grenseverdien eksisterer og er lik null.

b)

> $plot\left(\tan^{-1}(x) - \left(\tan^{-1}(x)\right)^2, x = 10^4 ..10^6\right)$

Jeg tror faktisk at grenseverdien eksisterer, og er i nærheten av -0.9.

I denne oppgaven vet jeg faktisk hva grenseverdien er, for $\lim_{x\to\infty} \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, slik at grenseverdien eksisterer og er lik

> $\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$

der

> $evalf\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$

c)

> $plot\left(x^{100}\cdot\exp\left(\frac{1}{x}\right), x = 0.5 ..1\right)$

Denne grenseverdien må da bare bli null? Det ser rart ut, for når $x\to 0^+$, vil $\exp\left(\frac{1}{x}\right)\to\infty$ fryktelig fort.

Vi sjekker hvordan det ser ut nærmere null:

> $plot\left(x^{100}\cdot\exp\left(\frac{1}{x}\right), x = 0.01 ..0.02\right)$

> $plot\left(x^{100}\cdot\exp\left(\frac{1}{x}\right), x = 0.001\,..0.002\right)$

Å hei! Nå ser det ut til å gå mot uendelig. Det har jeg mer tro på.
Det er lett å bli lurt av slike undersøkelser!
Hva svarer Maple om jeg bruker kommandoen *limit* tro?

> $limit\left(x^{100}\cdot\exp\left(\frac{1}{x}\right), x = 0, right\right)$

>