Ekstraoppgave 8.6.1.

a)

(i)

Vi henter først inn Maplekommandoer for vektorregning:

> $with(VectorCalculus)$

Det enkleste er å definere posisjonsvektoren som en vektorvaluert funksjon:

> $r := t \to \langle \cos(t), \sin(t) \rangle$

> $v := t \to diff(r(t), t)$

> $v(t)$

Legg merke til notasjonen her. Maple bruker betegnelsen e_x for enhetsvektoren $\langle 1, 0 \rangle$ (eller <1,0,0> i $\mathbb{R}^3$) og e_y for $\langle 0, 1 \rangle$ (eller $\langle 0, 1, 0 \rangle$ i $\mathbb{R}^3$). (Naturligvis betyr da også $e_z = \langle 0, 0, 1 \rangle$.)

> $a := t \to diff(v(t), t)$

> $a(t)$

(ii)

For å dekomponere akselerasjonsvektoren $a(\pi)$, trenger vi å finne både $a(\pi)$ og enhetstangentvektoren $\boldsymbol{T} = \dfrac{\boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{v}|}$ i punktet der $t = \pi$.
Maple bruker kommandoen $Norm(v(t))$ for lengden $|\boldsymbol{v}(t)|$ av en vektor

> $T := t \to \dfrac{v(t)}{Norm(v(t))}$

> $T(t)$

Vi er så klare til å sette inn at $t = \mathrm{Pi}$: (Husk, Maple oppfatter aPi som en ny størrelse.)

> $aPi := subs(t = \mathrm{Pi}, a(t))$

> aPi

> $TPi := subs(t = \mathrm{Pi}, T(t))$

> TPi

Nå ser vi at dekomponeringen ble spesielt enkel i dette eksemplet, for $a(\pi) \perp T(\pi)$. Derved er tangensialkomponenten av $a(\pi)$ lik 0, og normalkomponenten er $a(\pi) = e_x = \langle 1, 0 \rangle$.
La oss likevel la Maple regne det ut, for å demonstrere hvordan det kan gjøres også i mer kompliserte tilfeller:

Tangensialkomponenten til akselerasjonen i punktet er

> $aT := DotProduct(aPi, TPi) \cdot TPi$

altså, ingen tangensialkomponent. Hele skaelerasjonen er derfor normal til bevegelsen (hvilket vi naturligvis visste hele tiden, for dette er en partikel som går med konstant fart rundt på en sirkel).
Normalkomponenten er altså

> $\mathrm{aN} := aPi - \mathrm{aT}$

b)

(i)

> $r := t \rightarrow \left\langle 2 \cdot \cos(2\,t), 4\,\sin(2\,t), \frac{t}{4} \right\rangle$

> $v := t \rightarrow diff(r(t), t)$

> $v(t)$

> $a := t \rightarrow diff(v(t), t)$

> $a(t)$

(ii)

> $T := t \rightarrow \frac{v(t)}{Norm(v(t))}$

> $T(t)$

> $T0 := \mathrm{subs}(\mathrm{t} = 0, \mathrm{T}(\mathrm{t}))$

> $\mathrm{T0}$

> $a0 := \mathrm{subs}(\mathrm{t} = 0, \mathrm{a}(\mathrm{t}))$

> $a0$

Tangensialkomponenten av akselerasjonen er derved

> $aT := DotProduct(a0, T0) \cdot T0$

altså er den null, mens normalvektoren er

> $aN := a0 - aT$

Ekstraoppgave 8.6.2.

a)

(i)

> $r := t \rightarrow \langle \exp(t), t^2, t \rangle$

Følgende tre kommandoer gir oss vektorer med riktig retning:

> $TT := TangentVector(r(t))$

> $NN := PrincipalNormal(r(t))$

> $BB := Binormal(r(t))$

Men dette er ikke enhetsvektorer. For å finne enhetsvektorene, må vi dividere på lengden (normen) av vektoren:

> $T := \dfrac{TT}{Norm(TT)}$

> $N := \dfrac{NN}{Norm(NN)}$

> $B := \dfrac{BB}{Norm(BB)}$

Egentlig kan vi få alle disse tre vektorene ved rett og slett spørre etter:

> $TNBFrame(r(t))$

(ii)

> $C := Curvature(r(t))$

> $To := Torsion(r(t))$

Dette ble voldsomme greier!!!
Vi prøver *simplify* :

```
> To := simplify(%)
```

Det ble heldigvis bedre!!

(iii)

```
> subs(t = 0, T)
> subs(t = 0, N)
> simplify(%)
> subs(t = 0, B)
> simplify(%)
> subs(t = 0, C)
> simplify(%)
> subs(t = 0, To)
> simplify(%)
```

For å plotte romkurven, trenger vi å hente inn Maples plottekommandoer:

```
> with(plots)
> spacecurve([exp(t), t^2, t, t = -1.5 ..1.5], axes = framed, labels = [x, y, z])
>
```