Oppgave 4.6.6

b)

Med skrittlengde $h = 0.5$ må n gå fra $n = 1$ til $n = \frac{2}{0.5} = 4$ i **for**-løkken

Ved Eulers metode er $c(n) = c(n-1) + 10^{-8} \cdot \left(10^6 - c(n-1)\right) \cdot \left(10^5 - c(n-1)\right) \cdot h.$

> $c(0) := 0$

> **for** n **from** 1 **by** 1 **to** 4 **do** $t := c(n-1)$: $c(n) := evalf\left(t + 10^{-8} \cdot (10^6 - t) \cdot (10^5 - t) \cdot 0.5\right)$ **end do**

(På spørsmål fra Maple svarer du at det snakk om Table assignment.) Legg merke til at kolon brukes til å skille mellom operasjonene som Maple skal gjennomføre i hvert trinn av løkken, og at man ikke må trykke linjeskift før man er ferdig med å skrive inn hele **for**-løkke-kommandoen. Maple sørger selv for linjeskift om nødvendig.

c)

Med skrittlengde $h = 0.5$ må n gå fra $n = 1$ til $n = \frac{2}{0.5} = 4$ i **for**-løkken

Ved Eulers midtpunktmetode er $c(n) = c(n-1) + 10^{-8} \cdot \left(10^6 - cc(n-1)\right) \cdot \left(10^5 - cc(n-1)\right) \cdot h$

der $cc(n-1) = c(n-1) + 10^{-8} \cdot \left(10^6 - c(n-1)\right)\left(10^5 - c(n-1)\right) \cdot \left(\frac{h}{2}\right).$

> $c(0) := 0$

> **for** n **from** 1 **by** 1 **to** 4 **do** $t := c(n-1)$: $q := t + 10^{-8} \cdot (10^6 - t) \cdot (10^5 - t) \cdot \left(\frac{0.5}{2}\right)$: $c(n) := t + 10^{-8} \cdot (10^6 - q) \cdot (10^5 - q)$
> $\cdot 0.5$ **end do**

d)

Med skrittlengde $h = 1$ må n gå fra $n = 1$ til $n = 2$ i **for**-løkken.
Ved Runge-Kuttas metode av fjerde orden er

$$c(n) = c(n-1) + \frac{h}{6}\left(m1(n-1) + 2 \cdot m2(n-1) + 2 \cdot m3(n-1) + m4(n-1)\right)$$

der $m1(n-1) = 10^{-8}\cdot\left(10^6 - c(n-1)\right)\cdot\left(10^5 - c(n-1)\right)$

$$m2(n-1) = 10^{-8}\cdot\left(10^6 - c(n-1) - m1(n-1)\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(10^5 - c(n-1) - m1(n-1)\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$m3(n-1) = 10^{-8}\cdot\left(10^6 - c(n-1) - m2(n-1)\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)\cdot\left(10^5 - c(n-1) - m2(n-1)\cdot\left(\frac{h}{2}\right)\right)$$

$$m4(n-1) = 10^{-8}\cdot\left(10^6 - c(n-1) - m3(n-1)\cdot \mathrm{h}\right)\cdot\left(10^5 - c(n-1) - m3(n-1)\cdot \mathrm{h}\right)$$

> $c(0) := 0$

> **for** n **from** 1 **by** 1 **to** 2 **do** $t := c(n-1):\ m1 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t)\cdot(10^5 - t):\ m2 := 10^{-8}\cdot\left(10^6 - t - \frac{m1}{2}\right)\cdot\left(10^5 - t - \frac{m1}{2}\right):\ m3 := 10^{-8}\cdot\left(10^6 - t - \frac{m2}{2}\right)\cdot\left(10^5 - t - \frac{m2}{2}\right):\ m4 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t - m3)\cdot(10^5 - t - \mathrm{m3}):\ c(n) := t + \frac{1}{6}\cdot(m1 + 2\cdot m2 + 2\cdot m3 + m4)$ **end do**

Oj! Siden vi har skrevet inn at $h = 1$ istedenfor $h = 1.0$, har vi fått svarene ut som brøker. Det var ikke lurt. Vi skifter til desimaltall:

> **for** n **from** 1 **by** 1 **to** 2 **do** $t := c(n-1):\ m1 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t)\cdot(10^5 - t):\ m2 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t - m1\cdot 0.5)\cdot(10^5 - t - m1\cdot 0.5):\ m3 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t - m2\cdot 0.5)\cdot(10^5 - t - m2\cdot 0.5):\ m4 := 10^{-8}\cdot(10^6 - t - m3)\cdot(10^5 - t - \mathrm{m3}):\ c(n) := t + \frac{1}{6}\cdot(m1 + 2\cdot m2 + 2\cdot m3 + m4)$ **end do**

Oppgave 4.6.7

Retningsfelt er svært tidkrevende å tegne for hånd, men Maple gjør jbben i en fei.
Men først må Maple hente inn spesielle kommandoer for differensiallikninger:

> $with(DEtools)$

Kommandoen for å tegne retningsfelt er *dfieldplot*
For å fortelle hvilken differensiallikning Maple skal finne retningsfeltet for, må vi naturligvis skrive inn den.
Husk da at $diff(y(x), x)$ betyr den deriverte av y med hensyn på x
Vi må også fortelle hvilken størrelse som er den ukjente i likningen, hvilken variabel som er den ukjente funksjonen, og variasjonsområdene for x og y som vi vil ha med i plottet.
Vi kan også trikse litt med farger i plottet hvis vi vil.

> $dfieldplot\left(diff(y(x), x) = x^2 + y(x)^2, y(x), x = -2..2, y = -2..2, color = x^2 + y^2\right)$

Legg merke til at vi skriver $y(x)$ for y i differensiallikningen.
$color = tall$ er en måte å angi farge på. Siden $x^2 + y^2$ varierer fra punkt til punkt i feltet, varierer fargen tilsvarende.
Maple har laget alle pilene like lange, slik at man lettere ser retningen til feltet.

b)

> $dfieldplot\left(diff(y(t), t) = \frac{1}{y(t)}, y(t), t = -2..2, y = -2..2\right)$

Æsjda: Feilmelding. Det ser ut som om noen av de variable allerede ligger som tall hos Maple. Vi tar en liten unassign først:

> $unassign('y', 't')$

> $dfieldplot\left(diff(y(t), t) = \frac{1}{y(t)}, y(t), t = -2..2, y = -2..2\right)$

Oppgavene 4.6.8 og 4.6.9 overlates til egentrening.