Oppgave 12.4.12.

a)

Vi importerer først både vektoranalyse- og plottekommandoene til Maple:

> $with(VectorCalculus)$

> $with(plots)$

> $F := VectorField(\langle x^3 \cdot \cos(y),\ x \cdot y \cdot \ln(1 + x^2 + y^2) \rangle)$

Denne feilmeldingen kom opp fordi vi faktisk trenger å fortelle Maple hvilket koordinatsystem dette vektorfeltet er gitt i.
Derfor setter vi først at vi jobber med to variable i kartesiske koordinater

> $SetCoordinates('cartesian'[x, y])$

> $F := VectorField(\langle x^3 \cdot \cos(y),\ x \cdot y \cdot \ln(1 + x^2 + y^2) \rangle)$

> $Curl(F)$

Det er egentlig ganske naturlig at Maple vil ha tredimensjonale vektorfelt, for curlen er jo et slags kryss produkt.
Men det er lett å fikse. Vi kjører med tre koordinater for vektorfeltet, der den siste koordinaten er lik 0.

> $SetCoordinates('cartesian'[x, y, z])$

> $F := VectorField(\langle x^3 \cdot \cos(y),\ x \cdot y \cdot \ln(1 + x^2 + y^2),\ 0 \rangle)$

> $C := Curl(F)$

Som du ser er C også et vektorfelt (fordi det er strek over enhetsvektoren e_z).

Vi skal plotte flaten S og noen utvalgte piler for curl F.
Flaten ligger i xy-planet i denne oppgaven, mens curlen er en vektor parallell med z-aksen.
Figuren blir derfor tredimensjonal.

> $P1 := plot3d([r \cdot \cos(t),\ r \cdot \sin(t),\ 0], r = 0..4, t = 0..2 \cdot \mathrm{Pi}, color = red)$

Når vi skal plotte en vektorpil, må vi først angi startpunktet som en vektor, og så selve vektoren som er vektorpilen.
De vektorene vi vil ha tegnet, er vektoren $subs(x = 1,\ y = 1,\ \ z = 0,\ C)$ *i punktet* $< 1, 1, 0 >$,   og så videre:

> $\mathrm{P2} := \mathrm{arrow}(\langle 1, 1, 0\rangle,\ subs(x = 1, y = 1, z = 0, C),\ color = blue, shape = arrow)$

> $P3 := arrow\left(\left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right\rangle, subs\left(x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = 0, C\right), color = green, shape = arrow\right)$

> $P4 := arrow\left(\left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right\rangle, subs\left(x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = 0, C\right), color = yellow, shape = arrow\right)$

> $display(P1, P2, P3, P4, axes = framed, labels = [x, y, z])$

Det kan lønne seg å snu litt på figuren, slik at de tre curl-vektorene vises tydeligere.
Hvis du også vil se uttrykkene for gradientvektoren i det tre punktene, kan du naturligvis skrive

> $subs(x = 1, y = 1, z = 0, C)$

og så videre.

b)

> $SetCoordinates('cartesian'[x, y, z])$

> $F := VectorField(\langle x^3 \cdot \cos(y),\ x^3 \cdot \sin(y),\ x \cdot y \cdot \mathrm{z}\rangle)$

> $C := Curl(F)$

For å plotte flaten, tenker vi flaten som en parametrisert flate der de kartesiske koordinatene (x, y, z) er gitt ved parametrene (r, θ) som rett og slett er polarkoordinatene i xy-planet.

> $P1 := plot3d\left([r \cdot \cos(t), r \cdot \sin(t), r^2], r = 0..2, t = 0..2 \cdot \mathrm{Pi}, color = \text{"SandyBrown"}, axes = framed\right)$

> $P2 := arrow(\langle 1, 1, 1^2 + 1^2\rangle,\ \ subs(\mathrm{x} = 1,\ \mathrm{y} = 1,\ \mathrm{z} = 1^2 + 1^2,\ \ C), color = blue, shape = arrow)$

> $P3 := arrow\left(\left\langle 1, \frac{1}{2}, 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\rangle,\ subs\left(\mathrm{x} = 1,\ \mathrm{y} = \frac{1}{2},\ \mathrm{z} = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2, C\right), color = green, shape = arrow\right)$

> $P4 := arrow(\langle -1, -1, 1^2 + 1^2\rangle,\ \ subs(\mathrm{x} = -1,\ \mathrm{y} = 1,\ \mathrm{z} = 1^2 + 1^2, C), color = red, shape = arrow)$

> $display(P1, P2, P3, P4, axes = boxed, labels = [x, y, z])$

Synes du resultatet ble rart? Husk da at curlen er basert på vektorfeltet, mens flaten er helt uavhengig av vektorfeltet.
Det er altså ingen grunn til å forvente at pilene skal stå normalt på flaten!!!
Savner du den røde pilen? Har du husket å dreie på figuren?

>