# Kapittel 8

# Inntekter og kostnader

## Løsninger

### Oppgave 8.1

**(a)** Endring i bedriftens inntekt ved en liten (marginal) endring i produsert og solgt mengde. En marginal endring følger av at begrepet defineres som den deriverte av inntekten. Tilnærmingsvis kan vi definere det som endring i inntekt ved en enhets endring i solgt mengde. Symbol: $R'(X)$.

**(b)** Kostnader som er uavhengige av produsert mengde. Symbol: $FC$.

**(c)** Kostnader som er avhengige av produsert mengde. Symbol: $VC(X)$.

**(d)** Kostnader per produserte enhet. Matematisk: $C/X = \overline{C}$.

**(e)** Endring i bedriftens kostnader ved en liten (marginal) endring i produsert mengde. En marginal endring følger av at begrepet defineres som den deriverte av kostnadsfunksjonen. Tilnærmingsvis kan vi definere det som endring i kostnad ved en enhets endring i produsert mengde. Symbol: $C'(X)$.

### Oppgave 8.2

Skalautbyttet viser hvor mye produsert mengde endres ved såkalte skalaendringer i bruken av innsatsfaktorene. Skalaendringer er proporsjonale endringer. For eksempel, hvor endres produksjonsmengden, dersom bruken av alle

innsatsfaktorene øker med 5 prosent. Øker produksjonsmengden med mer enn 5 prosent sier vi at produksjonen har økende skalautbytte, dersom den øker med 5 prosent har produksjonen konstant skalautbytte, og dersom den øker med mindre enn 5 prosent har produksjonen avtagende skalautbytte.

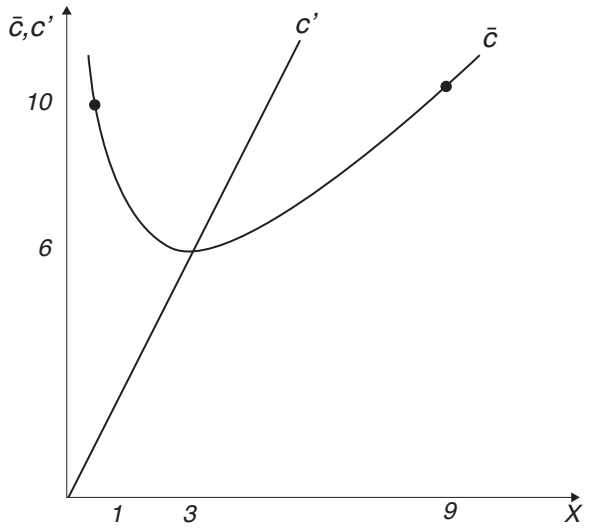
De variable kostnadene defineres generelt som de kostnadene som avhenger av produsert mengde. Men hvordan de påvirkes av produksjonsmengden vil avhenge av skalautbyttet. Dersom produksjonen har økende skalautbytte innebærer det at vi får mer og mer ut av innsatsfaktorene. For å øke produksjonen opp til et bestemt nivå må derfor faktorbruken øke med mindre og mindre. Det innebærer at kostnadene vil øke, men være avtagende. Altså underproporsjonale. Det motsatte skjer dersom produksjonen har avtagende skalautbytte. Vi kan dermed konkludere med at de variable kostnadene vil bevege seg motsatt av skalautbyttet.

**Oppgave 8.3**

**(a)** $FC = 9$, $VC = X^2$ og $C'(X) = 2X$. Gjennomsnittskostnadene er:

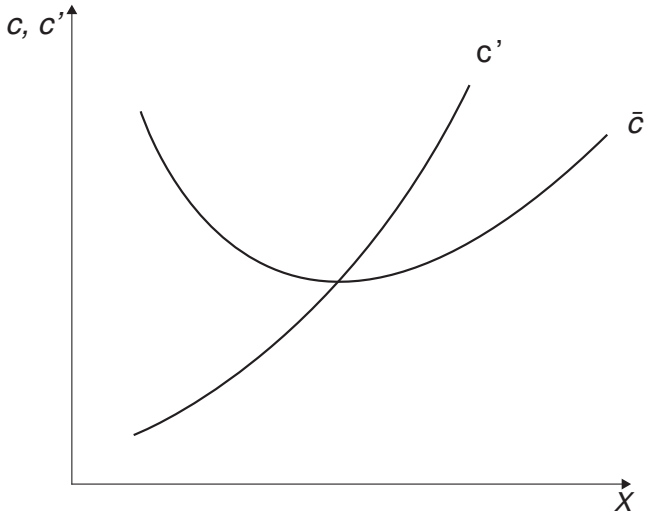
$$\overline{C} = \frac{C}{X} = \frac{9 + X^2}{X} = \frac{9}{X} + \frac{X^2}{X} = \frac{9}{X} + X$$

**(b)** Figur



**Oppgave 8.4**

Vi tar utgangspunkt i en kurve for gjennomsnittskostnadene som er først fallende, og deretter stigende. Dette gir kurven et bunnpunkt. Kurven for grensekostnadene vil skjære gjennomsnittskostnadene i dette bunnpunktet.




Forklaringen er som følger. Til venstre for dette bunnpunktet er grensekostnadene lavere enn gjennomsnittskostnadene. Det vil si at kostnadsøkningen ved å produsere en enhet til er lavere enn snittet. Å produsere en enhet til vil derfor trekke snittet ned. Derfor er gjennomsnittskostnadskurven fallende til venstre for bunnpunktet. Til høyre for bunnpunktet er grensekostnadene større enn gjennomsnittskostnadene. Å produsere en enhet til koster derfor mer enn snittet, og trekker dermed snittet opp. Altså er gjennomsnittskostnadskurven stigende etter bunnpunktet.

**Oppgave 8.5**

**(a)** Her er $FC = 36$ og $VC = 2X + X^2$.

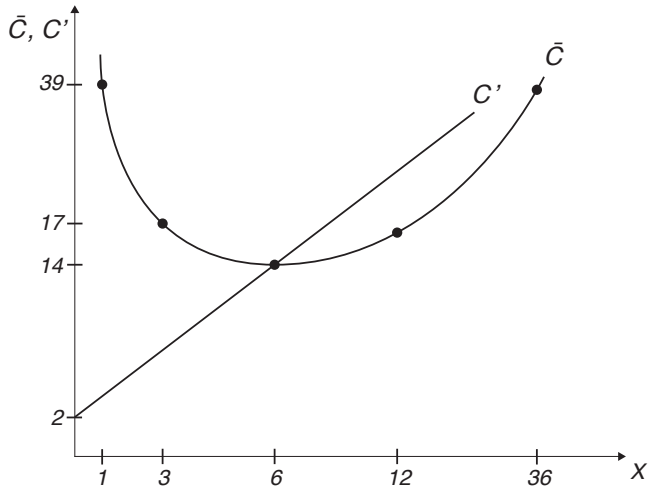
**(b)** Gjennomsnittskostnadene:

$$\overline{C} = \frac{36 + 2X + X^2}{X} = \frac{36}{X} + \frac{2X}{X} + \frac{X^2}{X} = \frac{36}{X} + 2 + X$$

Denne funksjonen kan vi tegne ved å sette inn ulike verdier for $X$, og deretter regne ut $\overline{C}$. Noen verdier er gitt i følgende tabell:

| $X$ | 1 | 3 | 6 | 12 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{C}$ | 39 | 17 | 14 | 17 | 39 |

Vi kan nå tegne disse punktene inn i diagrammet.




**(c)** Grensekostnaden er gitt ved: $C'(X) = 2 + 2X$. Her kan man også sette inn verdier for $X$ og regne ut $C'(X)$. Men vi kan også bruke kunnskapen vår om lineære funksjoner og stingingstall (se kapittel 2 i læreboka om kunnskapen ikke er helt på plass). Når $X = 0$ ser vi at $C'(X) = 2$. Det vil si at $C'(X)$ starter i 2 på den vertikale aksen. Stigningstallet er også 2, slik at nå har vi egentlig alt vi trenger for å tegne linja. Er vi litt smarte tester vi $X = 6$. Det skyldes at kurven vi har tegnet i (b) har bunnpunkt i $X = 6$. Fra teorien om sammenhengen mellom gjennomsnittskostnadene og grensekostnadene innebærer dette at grensekostnadskurven skal skjære gjennomsnittskostnadskurven i dette punktet. Setter vi inn $X = 6$ får vi $C'(X) = 2 + 2 \cdot 6 = 14$. Altså skjærer grensekostnadskurven bunnpunktet, og vi kan trekke opp linja. Se figur i (b).

**Oppgave 8.6**

**(a)**

$$\overline{C} = X + \frac{4}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 2X$$

**(b)**

$$\overline{C} = X^2 \quad \text{og} \quad C'(X) = 3X^2$$

**(c)**

$$\overline{C} = 2X + 2 + \frac{2}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 4X + 2$$

**(d)**

$$\overline{C} = 8 + \frac{12}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 8$$

**(e)**

$$\overline{C} = 3X + \frac{k}{X} \quad \text{og} \quad C'(X) = 6X$$

**Oppgave 8.7**

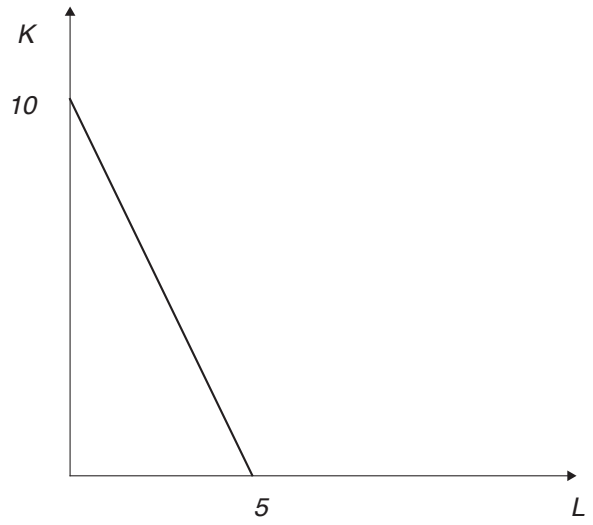
**(a)** Kort sikt defineres som en periode der minst en av innsatsfaktorene er faste. På lang sikt er alle innsatsfaktorene variable. Eksempel: Dersom en bedrift bruker innsatsfaktorene realkapital og arbeidskraft, og det tar 1 måned å implementere arbeidskraften, mens det tar 6 måneder å implementere realkapitalen, så er kort sikt opp til 6 måneder (siden realkapitalen ligger fast fram til da), mens lang sikt er fra 6 måneder og oppover.

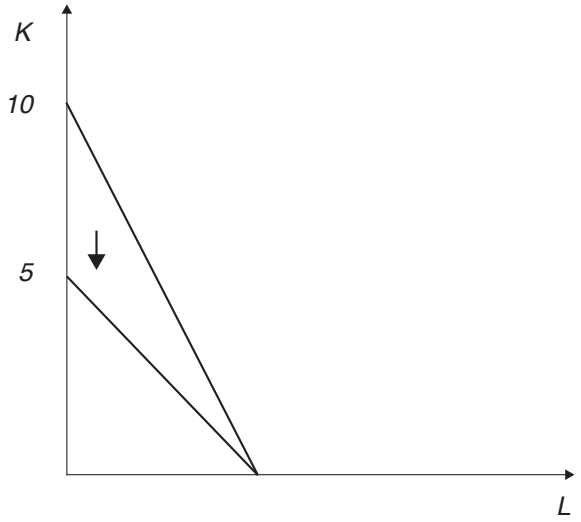
**(b)** En isokost viser ulike faktorkombinasjoner som gir samme total kostnad.

**(c)** Kostnadsfunksjonen blir: $20L + 10K = 100$.

**(d)** Skjæringspunktene finner vi ved å sette variabelen på motsatt akse lik null. Skjæringspunkt med $L$-aksen: Setter $K = 0$, slik at $20L = 100$, som gir $L = 5$. Skjæringspunkt med $K$-aksen: Setter $L = 0$, slik at $10K = 100$, som gir $K = 10$. Helningen finner vi ved å løser likningen for $K$, og derivere med hensyn på $L$:

$$20L+10K = 100 \;\Leftrightarrow\; 10K = 100-20L \;\Leftrightarrow\; K = 10-2L \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dL} = -2$$




**(e)** Da vil skjæringspunktet med $K$-aksen reduseres til 5. Dette vrir isokostlinja slik at den blir slakere.