Jon Vislie; september 2009

Veiledning oppgave 3 - kap. 2

ECON 3610/4610 Samfunnsøkonomisk lønnsomhet og økonomisk politikk

Vi betrakter en lukket økonomi der vi ser utelukkende på bruk av vannkraftprodusert energi som har alternative anvendelser. Det foreligger en gitt mengde energi til disposisjon, Z^0 *, som har alternative anvendelser; den kan dels brukes som elektrisitet til oppvarming hos en (homogen) husholdningssektor, gitt ved e, og dels som innsatsfaktor i produksjonen av en konsumvare; energibruken her er E. Husholdningen har preferanser over konsum av ferdigvaren, c, og energi e, gitt ved nyttefunksjonen* $U(c,e)$ *. Nyttefunksjonen har ordinære egenskaper. Anta at sammenhengen mellom mengde produsert av konsumvaren, x, og bruk av energi som innsatsfaktor* (E) *er gitt ved en vanlig produktfunksjon* $x = f(E)$ *, med* $f'(E) > 0,\ f''(E) < 0$ *.*

a) *Vis at samfunnsøkonomisk effektiv bruk av den gitte ressursen er bestemt av betingelsen* $\frac{U_e}{U_c} = f'(E)$ *, når* $e + E = Z^0$*. (Husk at* $x = c$ *.) Gi en verbal tolkning av denne betingelsen? Illustrer løsningen!*

Svar:

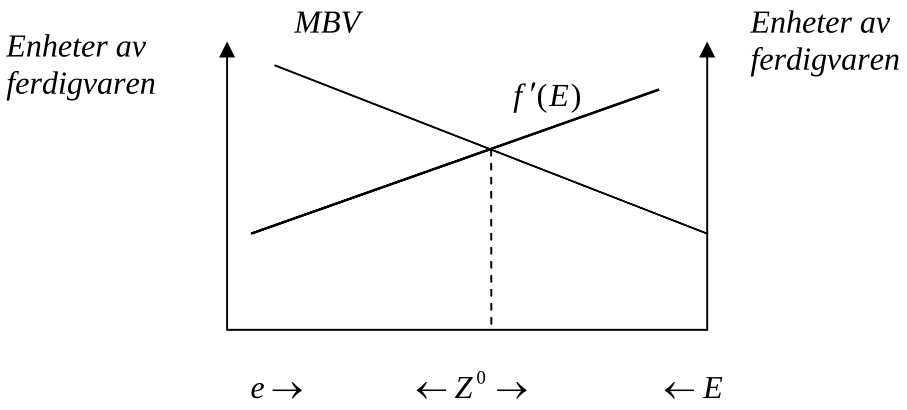
Den realøkonomiske rammen for denne økonomien er gitt ved de tre sammenhengene:

(1) $Z^0 = e + E$ (tilgang lik anvendelse av energi)

(2) $x = f(E)$ (produksjonssammenheng)

(3) $x = c$ (tilgang lik bruk av ferdigvaren; lukket økonomi)

Vi har fire variable; *e, E, c og x*. Modellen har én frihetsgrad som kan utnyttes til å maksimere $U(c,e)$. Ved hjelp av (1) – (3), kan maksimeringsproblemet skrives som: $Max_{0 \le E \le Z^0} \left\{ U(c,e) = U(f(E), Z^0 - E) := u(E) \right\}$, der *u(E)* er en komprimert skrivemåte for målfunksjonen. Vi antar indre løsning; dvs. at den optimale verdien på *E* er strengt positiv, men mindre enn Z^0. Avveiningen består selvsagt i at jo større *E* er, jo større blir tilgangen på konsumvaren *c*, men samtidig blir det mindre energi til oppvarming; *e*. Ved å derivere *u(E)* mhp. *E*, finner vi: $u'(E) = U_c(c,e) \cdot f'(E) + U_e(c,e) \cdot \frac{de}{dE}$. Fra (1) har vi at $\frac{de}{dE} = -1$; slik at 1.ordensbetingelsen kan skrives som $U_c \cdot f'(E) - U_e = 0$, dvs. som: $\frac{U_e}{U_c} = f'(E)$. Venstre side er *MSB* mellom energi og konsum, eller marginal betalingsvilje for energi i enheter av konsumvaren; $-\frac{dc}{de} = \frac{U_e}{U_c}$ som skal være lik marginalavkastningen av energi (som her kan tolkes som marginal transformasjonsbrøk mellom energi og ferdigvaren) brukt i produksjonen av konsumvaren; $f'(E) = \frac{dx}{dE}$. Tolkningen er rett fram: I optimum skal det antall konsumenheter husholdningen i det minste må ha i kompensasjon for å være villig til å avgi én enhet energi til produksjonen av ferdigvaren, være lik det antall enheter av ferdigvaren som skapes ved ytterligere bruk av én enhet energi i produksjonen av ferdigvaren. Med avtakende *MSB* og avtakende marginalavkastning; $f'' < 0$; kan optimumsløsningen illustreres i et badekardiagram:



Fra ethvert punkt utenfor optimum, er det mulig å foreta en omfordeling av den gitte tilgangen av energi mellom alternative anvendelser slik at nytten kan økes. Ta et punkt til venstre for skjæringspunktet, der $MBV > f'$. I et slikt punkt er det antall konsumenheter husholdningen er villig til å gi opp eller betale for å få ytterligere én enhet energi til oppvarming, større enn marginalavkastningen av energi i alternativ anvendelse; dvs. det som kan oppnås marginalt i produksjon av konsumvaren. Siden vi i et slikt punkt har at det realøkonomiske bytteforholdet i produksjonen er lavere enn hva husholdningen er villig til å gi opp av konsumvaren, vil det være mulig å øke det samfunnsøkonomiske overskuddet ved en omfordeling, svarende til $MSB - f'(E)$ enheter av ferdigvaren. Når dette er positivt, vil gevinsten av økt *e* overstige kostnaden av en lavere *E*. Energi har høyere marginalavkastning i oppvarming enn brukt som produksjonsfaktor. Om vi fra et slikt punkt nå skulle vurdere å *øke E*, ville marginalgevinsten $f'(E)$ være mindre enn hva husholdningen vil måtte ha i kompensasjon i form av ytterligere *c* ved å være villig til å redusere *e*, uten at nyttenivået går ned. Fra et slikt synspunkt er alternativkostnaden, *MBV*, høyere enn marginalgevinsten, $f'(E)$. Med andre ord: Så lenge vi ikke har oppfylt likheten $\frac{U_e}{U_c} = f'(E)$, vil en omfordeling av den gitte energimengden være ønskelig. (Hvis $MBV < f'(E)$, vil marginalgevinsten av økt energibruk i produksjonen av ferdigvaren, overstige det antall konsumenheter husholdningen må ha for å være villig til å redusere energi brukt til oppvarming.)

b) Hvordan kan den samfunnsøkonomisk optimale løsningen realiseres som en markedslikevekt? (Det er to grupper av aktører: Husholdningene maksimerer $U(c,e)$ med inntekten, R, som gitt og til gitte priser; dvs. med budsjettbetingelsen $pc + qe = R$, som viser inntektsanvendelsen. Bedriften maksimerer profitten $\pi = pf(E) - qE$.) Forklar hvorfor vi i *denne likevekten får bestemt relativ pris* $\frac{q}{p}$ *og realinntekt* $\frac{R}{p}$*, der opptjeningssiden forteller oss at* $R = qZ^0 + \pi$.

Svar:
Med våre antakelser vil bedriften løse følgende problem, til gitte priser: $Max_E \{pf(E) - qE\}$. Anta at $pf'(0) > q$ og at det finnes en endelig verdi på *E*, kalt $\overline{E}$, slik at $pf'(E) < q$ for alle $E > \overline{E}$, da vil løsningen på bedriftens problem, med $f'' < 0$, være fullt ut gitt ved 1.ordensbetingelsen $pf'(E) - q = 0$; verdi av grenseproduktiviteten av energi lik faktorprisen; eller grensekostnaden lik produktprisen; $\frac{q}{f'(E)} = p$. Fra denne utleder vi faktoretterspørsel $E(\frac{q}{p})$, med E lavere jo høyere $\frac{q}{p}$ er, og som innsatt i produktfunksjonen gir oss produkttilbudet $x(\frac{q}{p})$, der *x* vil være *lavere* jo høyere $\frac{q}{p}$ er, eller motsatt, en stigende funksjon av $\frac{p}{q}$. Sett nå disse inn i profitten, og vi finner profittfunksjonen eller den maksimerte verdien på profitten til de gitte prisene som $\pi(p,q) := px(\frac{q}{p}) - qE(\frac{q}{p})$.
Husholdningen, som eier både energiressursen og bedriften, vil til gitte priser og gitt inntekt $R := qZ^0 + \pi(p,q)$, maksimere $U(c,e)$ gitt $pc + qe = R$. Med de antakelser som er gjort, vil løsningen være kjennetegnet ved $MSB := \frac{U_e}{U_c} = \frac{q}{p}$ som sammen med budsjettbetingelsen gir oss to betingelser til å fastlegge etterspørselsfunksjonene for de to varene: $c(\frac{q}{p}, \frac{R}{q})$ og $e(\frac{q}{p}, \frac{R}{p})$. (Husk at kun relativ pris og realinntekt er av betydning for tilpasningen.)

Generell likevekt har vi nå når følgende betingelser er oppfylt:

(1) $Z^0 = e(\frac{q}{p}, \frac{R}{p}) + E(\frac{q}{p})$ Likevekt i energimarkedet

(2) $x(\frac{q}{p}) = c(\frac{q}{p}, \frac{R}{p})$ Likevekt i varemarkedet

(3) $\frac{R}{p} = \frac{q}{p} Z^0 + \frac{\pi(p,q)}{p}$ Realinntekt i enheter av ferdigvaren

Pga. Walras' lov, har vi her kun to uavhengige likninger siden bak husholdningens etterspørselsfunksjoner ligger budsjettbetingelsen:

$pc + qe = R = qZ^0 + \pi(p,q) = qZ^0 + px - qE$ som vi kan skrive som: $p\left[x - c\right] + q\left[Z^0 - e - E\right] = 0$. Likevekt i ett marked, vil innebære likevekt i det andre. Dermed vil (1) – (3) kun være to uavhengige likninger som kan bestemme maksimalt to variable; her relativ pris på energi (i enheter av ferdigvaren) og realinntekt (i enheter av ferdigvaren)[1]. Legg også merke til at fordi profittfunksjonen er homogen av grad én i prisene, vil vi ha at $\pi(\lambda p, \lambda q) = \lambda \pi(p,q)$ for $\lambda > 0$. Da følger det at vi kan skrive $\pi(p,q) = \frac{1}{\lambda}\pi(\lambda p, \lambda q)$. Sett $\lambda = \frac{1}{p}$. Da har vi: $\pi(1, \frac{q}{p}) = \frac{\pi(p,q)}{p}$, hvilket innebærer at kun realprisen $\frac{q}{p}$ blir bestemt, sammen med realinntekten.

c) *Vi skal nå vurdere om kapasiteten i vannkraftsektoren bør utvides, når det i utgangspunktet har en produksjonskapasitet gitt ved Z^0. La samlede vannreserver (både utbygde og ikke-utbygde vassdrag) være gitt ved A. La videre omfanget av de vassdragene som er utbygd til vannkraftproduksjon være H, som vi måler i kubikkmeter, mens de resterende, de ikke-utbygde vassdragene som har en miljø- eller rekreasjonsverdi, er gitt ved V. I utgangspunktet er H^0 vassdrag (i kubikkmeter) bygd ut, med en leveringskapasitet i energienheter gitt som $Z(H^0) := Z^0$. Vi skal anta at det ikke er mulig å bygge ned kapasiteten; inngrepene er ugjenkallelige. Spørsmålet er: Er det samfunnsøkonomisk lønnsomt å bygge ut flere vassdrag? For å besvare dette spørsmålet, lar vi konsumentsiden ha en nyttefunksjon gitt som $W = U(c,e) + M(V)$, der M(V) angir miljø- eller rekreasjonsverdien av ikke-utbygde vassdrag, målt i nytteenheter. Som tidligere har vi $Z(H) = E + e$, med $Z'(H) > 0$ og $Z''(H) < 0$. For et gitt antall utbygde vassdrag vil V og H være konstante, slik at $M(V)$ og $Z(H) = Z(H^0) = Z^0$ tar helt bestemte verdier.*
Videre utbygging av vassdrag vil kreve innsats av x-varen; slik at samlet produksjon av denne varen, som igjen er bestemt av hvor mye energi som settes inn i produksjonsprosessen, kan anvendes dels til privat konsum eller som vareinnsats til videre utbygging av vannkraftproduksjon. Vi har nå at $x = f(E) = c + \phi(H - H^0)$, der funksjonen $\phi(H - H^0)$ viser nødvendig innsats av x-varen ved å bygge ut $H - H^0$ vassdrag. Vi antar at $M(V)$ er strengt voksende og med strengt avtakende derivert, mens $\phi(H - H^0)$ er strengt voksende og med strengt voksende derivert, med $\phi(0) = 0$ og $\phi'(0) > 0$. Vis at betingelsen for at det vil være samfunnsøkonomisk lønnsomt å utvide kapasiteten i vannkraftproduksjonen, for $H = H^0$, er:

$$\frac{U_e}{U_c} \geq \frac{\phi'(0)}{Z'(H^0)} + \frac{M'(V^0)}{U_c \cdot Z'(H^0)} .$$

Gi en verbal begrunnelse for hva denne betingelsen sier. (Vær nøye med måleenheten!) Forsøk også å gi en illustrasjon i et badekardiagram.

Svar: Vårt problem i dette tilfellet er å maksimere $W = U(c,e) + M(V)$ gitt følgende bibetingelser:

[1] Alternativt kunne vi ha latt realprisen på konsumvaren bli bestemt – i enheter av energi.

(1) $A = H + V$
(2) $Z(H) = e + E$
(3) $f(E) = c + \phi(H - H^0)$

De tre bibetingelsene er tre likninger mellom fem variable: *H, V, e, E og c*; med andre ord vi har nå to frihetsgrader som "elimineres gjennom to førsteordensbetingelser", via vanlig maksimering. Setter vi (1) – (3) inn i velferdsfunksjonen, ser vi at denne kan skrives som: $w(E,H) = U(f(E) - \phi(H - H^0), Z(H) - E) + M(A - H)$, som vi kan finne et fritt maksimum for. Det er tilstrekkelig å se på førsteordensbetingelsene, idet funksjonene er av en slik art at førsteordensbetingelsene vil gi et maksimum. Vi finner først at for gitt kapasitet skal den gitte tilgangen på energi fordeles slik vi har sett tidligere i oppgaven; dvs. at følgende betingelse må gjelde:

(4) $$\frac{\partial w}{\partial E} = U_c \cdot f'(E) - U_e = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (-\frac{dc}{de})_{|U=konst.} = MSB = \frac{U_e}{U_c} = f'(E) = (\frac{dx}{dE})$$

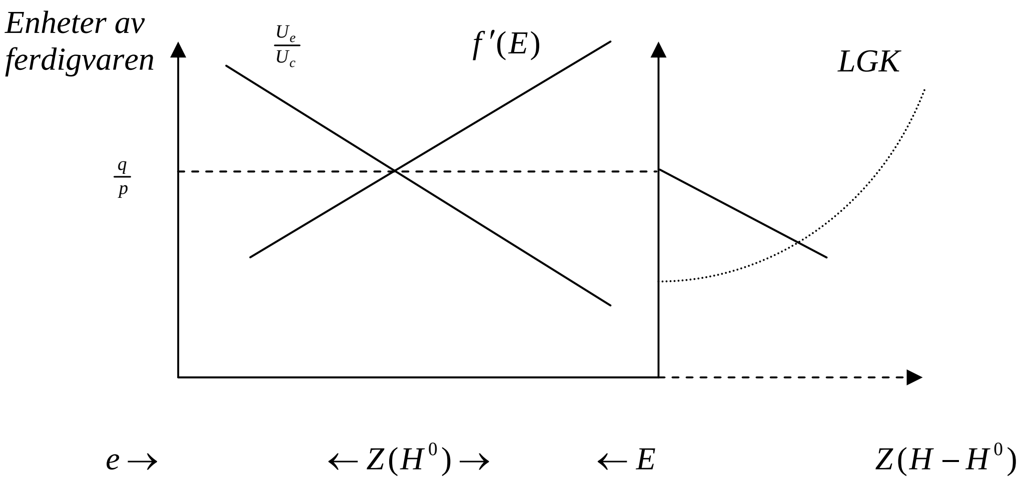
Dette skal gjelde for enhver utbygd kapasitet. (Pris på energi er slik at enhver kapasitet utnyttes fullt ut.)

Spørsmålet om vi skal bygge ut mer enn eksisterende kapasitet, svarende til en utbygging lik nåværende, H^0, avgjøres ved å undersøke om $\frac{\partial w}{\partial H} = U_c(-\phi'(H - H^0)) + U_e Z'(H) - M'(V)$ er positiv for $H = H^0$. Med andre ord, om $(\frac{\partial w}{\partial H})_{|H=H^0} > 0$, da bør vi bygge ut noen vassdrag, og helt til et punkt der $\frac{\partial w}{\partial H} = 0$. Kravet til videre utbygging er derfor:

Hvis $U_c(-\phi'(H - H^0)) + U_e Z'(H) - M'(V) \geq 0$ evaluert for $H = H^0$, dvs. hvis $\frac{U_e}{U_c} \geq \frac{\phi'(0)}{Z'(H^0)} + \frac{M'(V^0)}{U_c \cdot Z'(H^0)}$, da bør vi bygge ut! Denne betingelsen gir oss et *investeringskriterium*.

Venstre side kjenner vi igjen som *MBV* som i en markedslikevekt er lik realprisen på energi i enheter av ferdigvaren. Høyresiden kan vi oppfatte som *langtidsgrensekostnaden ved utbygging (LGK)*. Første ledd, $\frac{\phi'(0)}{Z'(H^0)}$ som er en marginal ressurskostnad, har måleenhet antall enheter av ferdigvaren per m^3 dividert med antall KWh per m^3; dvs. antall enheter av ferdigvaren per enhet nyutbygd energi (direkte marginal ressurskostnad), mens det andre leddet $\frac{M'(A - H^0)}{Z'(H^0) \cdot U_c}$ angir miljøkostnaden ved videre utbygging, utover H^0, og har måleenhet gitt som: Telleren er nytte per m^3, mens nevneren er gitt som produktet av antall KWh per m^3 og nytte per enhet av *c*; dvs. hele brøken har måleenhet antall enheter av konsumvaren per enhet energi. Optimal kapasitet er kjennetegnet ved at marginal betalingsvilje (lik marginalavkastningen av

energi i alternativ anvendelse; jfr. (4)) skal være lik marginal ressurskostnad pluss marginal miljøkostnad, der den siste forteller hvor mye husholdningen må ha i ekstra konsum til erstatning for tapt rekreasjonsverdi gjennom et dårligere miljø (marginal miljøkostnad).
Vi kan illustrere løsningen i et badekardiagram, med bredde lik $Z^0 = Z(H^0)$: Hvis den felles marginale betalingsviljen for energi, gitt ved likevektsprisen ved energitilbudet $Z(H^0) = Z^0$, $\frac{q}{p}$, dvs. til en utbygging H^0, overstiger $LGK(H = H^0)$, da bør vi bygge ut. Vi kan tegne inn *LGK* med start på høyre akse i badekardiagrammet.



Så lenge marginalavkastningen av energi i produksjonen av ferdigvaren (lik husholdningens marginale betalingsvilje for energi i enheter av konsumvaren) overstiger summen av marginal ressurskostnad og marginal miljøkostnad, da bør vi bygge ut. Hvis ikke, bør vi la være! (Om det er lønnsomt å bygge ut, vil en høyere kapasitet og dermed høyere produksjon bare kunne omsettes om realprisen på energi går ned – derfor den fallende prislinjen fra nivået $\frac{q}{p}$. Utvides kapasiteten, vil bredden på badekaret øke – jfr. drøftinger i tidligere oppgave der vi behandlet virkningen av økt tilbud av arbeid.)