Kapittel 6

Konsumentens etterspørsel

Løsninger

Oppgave 6.1

Konsumentens optimale tilpasning er kjennetegnet ved at marginal substitusjonsrate er lik prisforholdet:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Dette kalles også tangeringsbetingelsen, ettersom MRS er helningen i et punkt på indifferenskurven, og prisforholdet er helningen på budsjettlinja. Merk at MRS består av forholdet mellom grensenytte for gode 1 og 2. I tillegg til denne betingelsen, må også budsjettbetingelsen være oppfylt:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

I tangeringsbetingelsen er x_1 og x_2 de ukjente variablene. Prisene er gitt, og grensenytte for hvert av godene avhenger av konsumet. I budsjettbetingelsen er det også x_1 og x_2 som er de ukjente variablene, siden priser og inntekt er gitte. Vi har dermed to likninger til å bestemme de to ukjente. Uten at vi nå kan løse dette å få eksplisitte uttrykk for x_1 og x_2, kan vi slå fast at de vil avhenge av priser og inntekt, siden det er disse størrelsene som inngår som faste i disse betingelsene. Vi kan dermed skrive:

$$x_1^E = x_1^E(p_1, p_2, m) \quad \text{og} \quad x_2^E = x_2^E(p_1, p_2, m)$$

Oppgave 6.2

Jeg velger å se på min etterspørsel etter bildeler. Rett som der merker jeg trangen til å modifisere bilen med diverse nye deler. Dette er imidlertid mer hobby enn grunnleggende behov. Etterspørselen avhenger selvfølgelig både av priser og inntekt, men også av tiden som har gått siden siste modifisering (t), andre utgifter (u) og tilbudet av nye deler (d). Etterspørselsfunksjonen blir dermed:

$$x_1^E = x_1^E(t, u, d)$$

Oppgave 6.3

(a) Her bruker vi betingelsen om at MRS skal være lik prisforholdet. Vi regner derfor først ut MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{7x_2}{7x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

Setter så dette lik prisforholdet, der vi setter inn prisene fra oppgaven:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{2}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{1}{2}x_1$$

Setter så dette, samt oppgitte priser og inntekt inn i budsjettbetingelsen:

$$2x_1 + 4 \cdot \frac{1}{2}x_1 = 600 \quad \Leftrightarrow \quad 2x_1 + 2x_1 = 600 \;\Leftrightarrow\; 4x_1 = 600 \;\Leftrightarrow\; x_1 = 150$$

Setter så $x_1 = 150$, inn i uttrykket for x_2, og får:

$$x_2 = \frac{1}{2} \cdot 150 = 75$$

(b) Ved å følge samme prosedyre som i (a), men ved å bruke den nye prisen, finner du at $x_1 = 100$.

Oppgave 6.4

(a) Svaret på denne oppgaven er det samme som svaret på oppgave 4.6. Lag deg derfor et oppsett med de viktigste punktene, som du lærer deg, i tilfelle en slik oppgave skulle dukke opp til eksamen.

(b) $U'_{x_1} = 25x_2$.

(c) Marginal substitusjonsrate:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{25x_2}{25x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

(d) Setter MRS lik prisforholdet:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen:

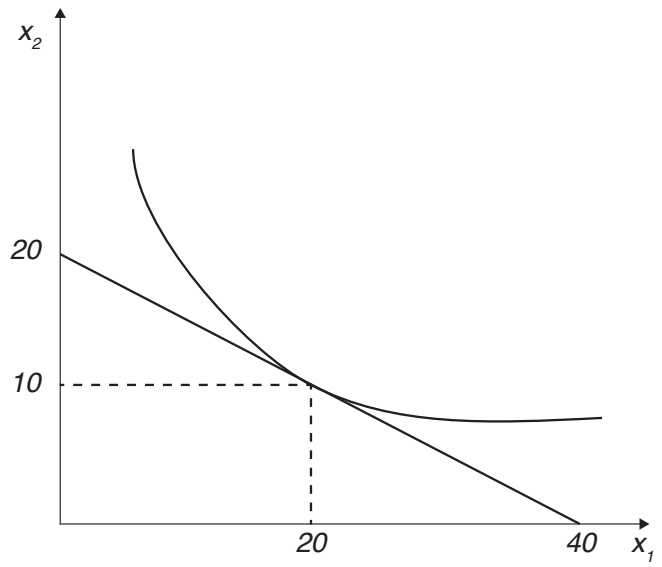
$$p_1x_1 + p_2\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; p_1x_1 + p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; 2p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

Vi har da funnet etterspørselsfunksjonen for gode 1. For å finne etterspørselen etter gode 2 setter vi etterspørselsfunksjonen for gode 1 inn i uttrykket for x_2 over:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{m}{2p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

(e) Her setter vi tallene rett inn i svarene på oppgave (d):

$$x_1 = \frac{200}{2 \cdot 5} = 20 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{200}{2 \cdot 10} = 10$$



Oppgave 6.5

Vi bruker optimalitetsbetingelsen MRS lik prisforholdet, løser denne for x_2, og setter inn i budsjettbetingelsen. Dermed finner vi x_1. Setter så x_1, inn i tangeringsbetingelsen løst for x_2, for å finne x_2. Bruker altså nøyaktig samme fremgangsmåte som i oppgave 6.3. Her blir MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{0,5x_1^{-0,5}x_2^{0,5}}{0,5x_1^{0,5}x_2^{-0,5}} = \frac{x_2^{0,5}x_2^{0,5}}{x_1^{0,5}x_1^{0,5}} = \frac{x_2}{x_1}$$

Ved å følge samme fremgangsmåte som i oppgave 6.3 og eksempelet i læreboka vil du her komme fram til:

$$x_1 = 100 \quad \text{og} \quad x_2 = 400$$

Oppgave 6.6

(a) Vi bruker samme fremgangsmåte som i forrige oppgave, samt oppgave 6.3 og 6.4. Starter med å regne ut MRS:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{ax_1^{a-1}x_2^{1-a}}{(1-a)x_1^a x_2^{-a}} = \frac{ax_2^{1-a}x_2^a}{(1-a)x_1^a x_1^{1-a}} = \frac{a}{1-a}\frac{x_2}{x_1}$$

Setter MRS lik prisforholdet og løser for x_2:

$$\frac{a}{1-a}\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{1-a}{a}\frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette uttrykket for x_2 inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2\frac{(1-a)}{a}\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; p_1x_1\left(1+\frac{1-a}{a}\right) = m$$

Og løser for x_1:

$$x_1 = \frac{m}{p_1\left(1+\frac{1-a}{a}\right)} \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{am}{p_1(a+1-a)} \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{am}{p_1}$$

Setter så denne løsningen for x_1 inn i uttrykket for x_2, og får:

$$x_2 = \frac{1-a}{a}\frac{p_1}{p_2}\frac{am}{p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{(1-a)m}{p_2}$$

(b) Setter tallene rett inn i etterspørselsfunksjonene og får: $x_1 = 100$ og $x_2 = 400$.

(c) Setter nå tallene fra oppgave (b) inn i nyttefunksjonen:

$$U = 100^{0,5} \cdot 400^{0,5} = 200$$

Oppgave 6.7

(a) Marginal substitusjonsrate for denne nyttefunksjonen er gitt ved:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{5 \cdot 0,2x_1^{-0,8}x_2^{0,8}}{5 \cdot 0,8x_1^{0,2}x_2^{-0,2}} = \frac{1}{4}\frac{x_2^{0,8}x_2^{0,2}}{x_1^{0,2}x_1^{0,8}} = \frac{x_2}{4x_1}$$

(b) Vi følger her samme fremgangsmåte som i de andre oppgavene der målet er å finne optimalt konsum. For eksempel oppgave 6.6. Vi starter med å sette MRS lik prisforholdet og øse for x_2:

$$x_2 = 4\frac{p_1}{p_2}x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2 4\frac{p_1}{p_2}x_1 = m \;\Leftrightarrow\; 5p_1x_1 = m \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{m}{5p_1}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 1. Setter denne inn i uttrykket for x_2 og får:

$$x_2 = 4\frac{p_1}{p_2}\frac{m}{5p_1} \;\Leftrightarrow\; x_2 = \frac{4m}{5p_2}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 2.

(c) Her skal vi regne ut de partielt deriverte med hensyn på inntekt:

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{1}{5p_1} \quad \text{og} \quad \frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{4}{5p_2}$$

Disse forteller hvordan etterspørselen påvirkes av en inntektsendring. Begge disse er positive, som innebærer at økt inntekt gir økt etterspørsel, og lavere inntekt gir lavere etterspørsel. Dette virker fornuftig for en rekke goder, og slike goder kalles derfor normalgoder (i motsetning til mindreverdige goder).

(d) Her setter vi inn tallene i etterspørselsfunksjonene og får:

$$x_1 = \frac{100}{5 \cdot 10} = 2 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{4 \cdot 100}{5 \cdot 5} = 16$$

Som betyr 2 enheter (for eksempel 2 skåler) babygrøt, og 16 rosiner.

(e) Vi regner ut MRS ved å sette tallene for x_1 og x_2 inn i uttrykket fra oppgave (a):

$$\frac{16}{4 \cdot 2} = 2$$

Så regner vi ut prisforholdet:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{10}{5} = 2$$

Ser da at MRS er lik prisforholdet.

Oppgave 6.8

(a) Grensenytte for gode 1 og 2:

$$U'_{x_1} = 5x_1^{-0,5} \quad \text{og} \quad U'_{x_2} = 10x_2^{-0,5}$$

(b) Marginal substitusjonsrate:

$$\frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} = \frac{5x_1^{-0,5}}{10x_2^{-0,5}} = \frac{x_2^{0,5}}{2x_1^{0,5}}$$

(c) Bruker samme fremgangsmåte som i flere av disse oppgavene, der målet er å finne optimalt konsum, eller etterspørselsfunksjoner. Setter MRS lik prisforholdet og løser for x_2:

$$\frac{x_2^{0,5}}{2x_1^{0,5}} = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow x_2^{0,5} = 2\frac{p_1}{p_2}x_1^{0,5} \Leftrightarrow x_2 = 2^2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 x_1 \Leftrightarrow x_2 = 4\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 x_1$$

Setter x_2 inn i budsjettbetingelsen:

$$p_1x_1 + p_2 4\frac{p_1^2}{p_2^2}x_1 = m \Leftrightarrow x_1p_1\left(1 + 4\frac{p_1}{p_2}\right) = m$$

Og løser for x_1:

$$x_1 = \frac{m}{p_1\left(1 + 4\frac{p_1}{p_2}\right)} \Leftrightarrow x_1 = \frac{p_2m}{p_1(p_2 + 4p_1)}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 1. Setter denne inn i uttrykket for x_2:

$$x_2 = 4\frac{p_1^2}{p_2^2}\frac{p_2m}{p_1(p_2 + 4p_1)} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{4p_1m}{p_2(p_2 + 4p_1)}$$

Som er etterspørselsfunksjonen for gode 2.

(d) Setter tallene inn i etterspørselsfunksjonene:

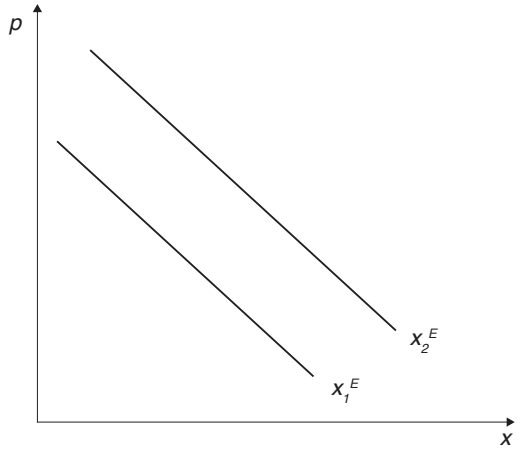
$$x_1 = \frac{2 \cdot 300}{1(2 + 4 \cdot 1)} = 100 \quad \text{og} \quad x_2 = \frac{4 \cdot 1 \cdot 300}{2(2 + 4 \cdot 1} = 100$$

(e) Setter tallene fra oppgave (d) inn i nyttefunksjonen:

$$U = 10 \cdot 100^{0,5} + 20 \cdot 200^{0,5} = 100 + 200 = 300$$

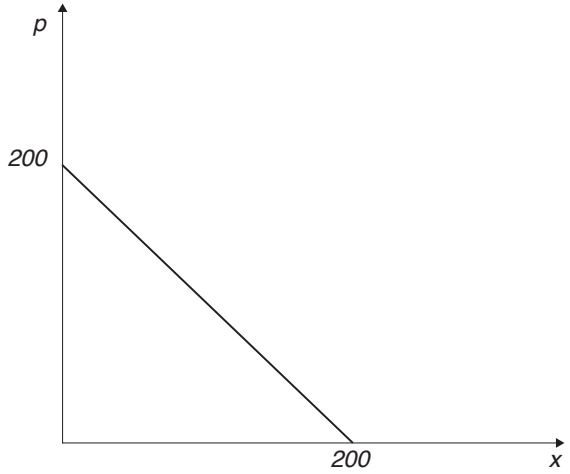
Oppgave 6.9

(a) Et normalt gode defineres som et gode der inntekt og etterspørsel går i samme retning. Økt inntekt fører dermed til økt etterspørsel. Kurven skifter da til høyre.



(b) Økt pris på en alternativ vare innebærer lavere etterspørsel etter denne, og dermed økt etterspørsel etter substitutter. Altså skifter etterspørselskurven til høyre slik som i oppgave (a).

(c) Denne funksjonen har skjæringspunkt lik 200 på begge aksene. Helningen må da være -1. Dette kan også vises ved å løse funksjonen for p, slik at $p = 200 - x^E$. Da ser vi at den deriverte med hensyn på x er -1.



(d) Vi setter prisen rett inn i etterspørselsfunksjonen og får: $x^E = 200 - 50 = 150$.

Oppgave 6.10

(a) Her følger vi vanlig fremgangsmåte og regner ut MRS. Så setter vi denne lik prisforholdet. Dette gir:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Bruker vi denne betingelsen sammen med budsjettbetingelsen får vi:

$$p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} x_1 \right) = m$$

Løser vi denne for x_1, får vi etterspørselsfunksjonen for gode 1:

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

Setter så denne inn i uttrykket for x_2 over. Da får vi følgende etterspørselsfunksjonen for gode 2:

$$x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

(b) Setter tallene rett inn i uttrykkene fra oppgave (a):

$$x_1 = 10 \quad \text{og} \quad x_2 = 10$$

Nytteverdien finner vi ved å sette x_1 og x_2 inn i nyttefunksjonen:

$$U = 10^{0,5} 10^{0,5} = 10$$

(c) Økt pris på vare 1 påvirker bare etterspørselen etter vare 1. Ny etterspørsel blir $x_1 = 5$. Nytteverdien blir da $U = 10^{0,5} 5^{0,5} \approx 7$

(d) Vi bruker nå at nytten er kjent og inntekten ukjent. Vi setter etterspørselsfunksjonene med den nye prisen på vare 1 inn i nyttefunksjonen, som vi vet skal være 10.

$$U = \left(\frac{m}{2 \cdot 10} \right)^{0,5} \left(\frac{m}{2 \cdot 5} \right)^{0,5} = 10$$

Løser så denne likningen for m:

$$\frac{m^{0,5}m^{0,5}}{20^{0,5}\cdot 10^{0,5}} = 10 \quad \Leftrightarrow \quad m = 10\cdot 20^{0,5}\cdot 10^{0,5} \quad \Leftrightarrow \quad m \approx 141$$

Dersom du skal ha samme nyttenivå som før prisøkningen må inntekten øke med $141 - 100 = 41$ kroner.

(e) MRS er som før: x_2/x_1. Setter dette lik det nye prisforholdet:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{5} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = 2x_1$$

Setter dette inn i budsjettbetingelsen og finner konsum av vare 1:

$$10x_1 + 5\cdot 2\cdot x_1 = 141 \quad \Leftrightarrow \quad 10x_1 + 10x_1 = 141 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \approx 7$$

Konsum av vare 2 blir:

$$x_2 = 2x_1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2\cdot 7 = 14$$

(f) For å finne substitusjonseffekten og inntektseffekten ser vi på differensen i etterspørselen. Først gode 1. Her falt etterspørselen fra 10 til 7 når vi holdt nyttenivået konstant. Altså er substitusjonseffekten lik -3. Inntektseffekten blir da fallet i etterspørselen fra 7 til 5 enheter (som er det antallet konsumenten ender opp med å kjøpe). Det vil si at inntektseffekten er -2. Totaleffekten blir da -5.

Så gode 2. Her stiger etterspørselen fra 10 til 14 når gode 1 blir dyrere og vi holder nyttenivået konstant. Altså er substitusjonseffekten $14-10 = 4$ enheter. Inntektseffekten får vi fram når vi lar inntekten falle og budsjettlinja skifter innover. Etterspørselen ette gode 2 faller da til 10, slik at inntektseffekten er $10 - 14 = -4$. Totaleffekten blir da 0, altså ingen endring i konsum av vare 2.